

# RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

PAULO J. F. GOMES

MAIS DE 250 EXEMPLOS PRÁTICOS RESOLVIDOS EM DETALHE  
MAIS DE 250 PROBLEMAS PROPOSTOS E RESPECTIVAS SOLUÇÕES  
MATERIAIS E PERFIS ESPECIFICADOS SEGUNDO NORMAS EUROPEIAS

# Índice

<b>Introdução e enquadramento histórico</b>	1
<b>1 Equilíbrio Estático - Diagrama do Corpo Livre</b>	
1.1 Conceito de força.....	3
1.2 Decomposição de forças.....	3
1.3 Momento de uma força em relação a um ponto.....	5
1.4 Momento de uma força em relação a um eixo.....	7
1.5 Tipos de ligações ou contactos.....	7
1.6 Tipos de carregamentos.....	9
1.7 Classificação das vigas.....	11
1.8 Diagrama de corpo livre.....	12
1.9 Condições de equilíbrio estático.....	13
1.10 Estaticidade de vigas.....	14
1.11 Considerações finais.....	16
1.12 Problemas propostos.....	23
<b>2 Esforços Internos</b>	
2.1 Método das secções.....	25
2.2 Aplicação do método das secções em vigas.....	26
2.3 Esforço cortante em vigas.....	26
2.4 Esforço normal em vigas.....	27
2.5 Momento flector em vigas.....	28
2.6 Diagramas de esforços normais, cortantes e momentos flectores.....	30
2.7 Procedimento de análise dos esforços internos.....	30
2.8 Treliças - Introdução.....	43
2.9 Estaticidade das treliças planas.....	44
2.10 Treliças complexas.....	46
2.11 O método dos nós em treliças.....	47
2.12 Componentes de força nula.....	49
2.13 O método das secções em treliças.....	50
2.14 Problemas resolvidos.....	57
2.15 Problemas propostos.....	67
<b>3 Tensões - Cargas Axiais</b>	
3.1 Conceito de tensão.....	69
3.2 Carga axial e tensão normal.....	71
3.3 Carga axial e tensão de contacto.....	72
3.4 Tensão de corte média.....	75
3.5 Princípio da reciprocidade das tensões de corte.....	76
3.6 Utilização das fórmulas das tensões normais ou de corte e limitações.....	77
3.7 Ensaio mecânicos de caracterização dos materiais.....	85
3.8 Tensões admissíveis e coeficiente de segurança.....	89
3.9 Aços - Determinação da tensão admissível.....	90
3.10 Dimensionamento de peças axialmente carregadas e articulações.....	91
3.11 Concentração de tensões.....	95
3.12 Procedimento geral de resolução de problemas de resistência dos materiais.....	99
3.13 Problemas resolvidos.....	100
3.14 Problemas propostos.....	110
<b>4 Deformações</b>	
4.1 Introdução.....	117
4.2 Diagrama Tensão-Deformação.....	118
4.3 Lei de Hooke.....	119
4.4 Deformação de barras axialmente carregadas .....	120
4.5 Coeficiente de Poisson.....	124
4.6 Lei de Hooke generalizada.....	125
4.7 Lei de Hooke para tensões e deformações de corte.....	126
4.8 Tensões provocadas por variações de temperatura.....	128
4.9 Problemas propostos.....	131

<b>5 Torção</b>	
5.1 Introdução.....	135
5.2 Abordagem geral utilizando o método das secções.....	135
5.3 Condições de base.....	136
5.4 Fórmula da torção.....	137
5.5 Observações sobre a fórmula da torção.....	139
5.6 Dimensionamento de veios à torção.....	142
5.7 Ângulo de torção em veios.....	146
5.8 Concentração de tensões na torção.....	151
5.9 Barras maciças não circulares à torção.....	152
5.10 Barras ocas não circulares à torção.....	155
5.11 Acoplamento de veios à torção.....	157
5.12 Problemas resolvidos.....	161
5.13 Problemas propostos.....	175
<b>6 Flexão</b>	
6.1 Introdução.....	179
6.2 O mecanismo da flexão pura.....	179
6.3 A fórmula da flexão.....	182
6.4 Centro de gravidade, momentos e produtos de inércia.....	184
6.5 Módulo de flexão elástica.....	190
6.6 Observações finais e flexão de vigas com secção assimétrica.....	191
6.7 Concentração de tensões na flexão.....	195
6.8 Vigas de dois ou mais materiais à flexão.....	197
6.9 Vigas curvas à flexão.....	203
6.10 Problemas resolvidos.....	209
6.11 Problemas propostos.....	239
<b>7 Flexão - Tensões de Corte em Vigas</b>	
7.1 Introdução.....	247
7.2 Relação entre força cortante e momento flector.....	247
7.3 Fluxo de corte.....	250
7.4 Fórmula da tensão de corte para vigas.....	256
7.5 Tensão de corte máxima em vigas à flexão.....	257
7.6 Modo de distribuição das tensões de corte em secções simétricas.....	262
7.7 Carregamentos assimétricos de perfis delgados - Conceito de centro de corte.....	264
7.8 Problemas resolvidos.....	275
7.9 Problemas propostos.....	284
<b>8 Tensões Compostas</b>	
8.1 Introdução.....	289
8.2 Princípio da sobreposição de efeitos.....	289
8.3 Sobreposição de tensões normais.....	294
8.4 Carga aplicada excentricamente em relação aos dois eixos principais de inércia.....	300
8.5 Núcleo central de uma secção transversal.....	307
8.6 Flexão desviada.....	315
8.7 Fórmula geral da flexão desviada.....	324
8.8 Sobreposição de tensões de corte.....	326
8.9 Problemas propostos.....	328
<b>9 Combinação entre Tensões Normais e de Corte</b>	
9.1 Introdução.....	333
9.2 Análise preliminar.....	334
9.3 Equações de transformação do estado plano de tensão.....	335
9.4 Tensões principais.....	337
9.5 Tensões de corte máximas.....	338
9.6 Casos particulares de tensão plana.....	342
9.7 Círculo de Mohr para tensão.....	343
9.8 Construção do círculo de Mohr para tensão.....	345
9.9 Círculo de Mohr para estados tridimensionais de tensão.....	350
9.10 Problemas resolvidos.....	352
9.11 Problemas propostos.....	360

<b>10 Encurvadura</b>	
10.1 Introdução.....	363
10.2 Fórmula de Euler.....	363
10.3 Limitações da fórmula de Euler.....	364
10.4 Esbeltez de uma coluna.....	365
10.5 Tensão crítica de Euler para outras condições de apoio.....	366
10.6 Dimensionamento de colunas.....	369
10.7 Dimensionamento de barras comprimidas em aço - Critério R.E.A.E. ....	371
10.8 Dimensionamento de barras comprimidas em aço - Critério EC 3-1-1.....	377
10.9 Dimensionamento de barras comprimidas em aço - Critério A.I.S.C. ....	383
10.10 Dimensionamento de barras comprimidas em alumínio - Critério A.A. ....	385
10.11 Colunas sujeitas a cargas excêntricas.....	386
10.11.1 Método da tensão admissível.....	386
10.11.2 Método da interacção.....	387
10.12 Problemas resolvidos.....	390
10.13 Problemas propostos.....	412
<b>11 Critérios de Resistência</b>	
11.1 Introdução.....	417
11.2 Critério da máxima tensão de corte - Materiais com comportamento dúctil.....	418
11.3 Critério da máxima energia de distorção - Materiais com comportamento dúctil.....	419
11.4 Critério da máxima tensão normal - Materiais com comportamento frágil.....	420
11.5 Comparação dos critérios.....	421
11.6 Reservatórios de pressão de paredes finas.....	437
11.7 Aplicação dos critérios de resistência aos reservatórios de pressão.....	440
11.8 Problemas propostos.....	444
<b>12 Deformação de vigas</b>	
12.1 Introdução.....	447
12.2 O mecanismo de deformação de vigas.....	447
12.3 Equações diferenciais da linha elástica.....	448
12.4 Método da integração directa.....	451
12.5 Aplicação do princípio da sobreposição de efeitos à deformação de vigas.....	459
12.6 Método da área do diagrama dos momentos.....	463
12.7 Análise da deformação de vigas hiperestáticas.....	479
12.8 Análise da deformação de vigas em flexão desviada.....	488
12.9 Caso de estudo.....	491
12.10 Problemas propostos.....	497
<b>13 Anexos</b>	
13.1 Materiais - Características Mecânicas de:	
- Aços.....	503
- Ferros Fundidos.....	510
- Diversos materiais.....	511
13.2 Perfis - Gamas e especificações dimensionais de perfis normalizados.....	512
13.3 Secções - Características Geométricas:	
- Áreas.....	536
- Centros de gravidade.....	536
- Momentos axiais de inércia.....	536
- Módulos de resistência elástica.....	536
- Raios de giração axiais.....	536
13.4 Vigas - Carregamentos:	
- Reacções dos apoios.....	539
- Esforços internos.....	539
- Flechas.....	539
- Rotação na extremidade.....	539
13.5 Unidades:	
- Sistemas de Unidades.....	543
- Múltiplos e Submúltiplos.....	543
- Conversão de Unidades.....	543
<b>Bibliografia</b>	545

A aplicação das condições de equilíbrio estático em coerência com uma convenção de sentidos positivos adoptada, tem a seguinte tradução:

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad \Sigma F_x = 0 &\Leftrightarrow R_C^x + R_D^x = 0 \Leftrightarrow R_C^x + 0,6.R_D = 0 \quad \Leftrightarrow R_C^x = -0,6 \times 30 = -18 \text{ kN} \\ \uparrow \quad \Sigma F_y = 0 &\Leftrightarrow R_C^y + R_D^y - P = 0 \Leftrightarrow R_C^y + 0,8.R_D = 8 \quad \Leftrightarrow R_C^y = 8 - 0,8 \times 30 = -16 \text{ kN} \\ \odot \quad \Sigma M_C^z = 0 &\Leftrightarrow +R_D^y \cdot 450 - P \cdot (450 + 900) = 0 \Leftrightarrow 0,8.R_D \cdot 450 = 8 \times 1350 \Leftrightarrow R_D = 30 \text{ kN} \end{aligned}$$

Então, as componentes da reacção  $R_D$  são iguais a:  $R_D^x = 0,6 \times 30 = 18 \text{ kN}$ ,  $R_D^y = 0,8 \times 30 = 24 \text{ kN}$ . Os valores negativos para as reacções  $R_C^x$  e  $R_C^y$ , indicam que os sentidos inicialmente arbitrados são opostos aos sentidos reais. Assim sendo, na elaboração do diagrama de corpo livre *completo* ou *final* ilustrado na Fig. 1.31b), procede-se à rectificação dos sentidos dessas reacções, tornando-os reais.

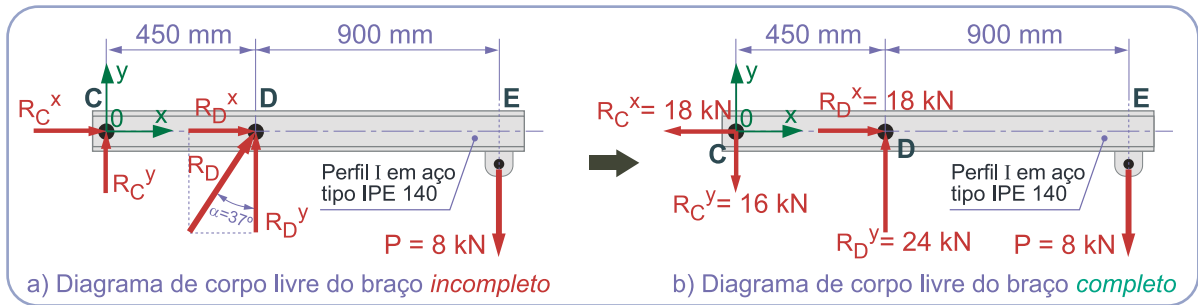


Fig. 1.31 Diagramas de corpo livre do braço do guindaste em perfil IPE 140.

Na Fig. 1.31a), a reacção resultante em D, com a seguinte intensidade já determinada  $R_D = 30 \text{ kN}$ , simula a reacção do cilindro hidráulico sobre o braço do guindaste fabricado em perfil IPE 140. Então, a força que actua na haste do cilindro hidráulico, corresponde à aplicação do *princípio da acção-reacção* a essa reacção  $R_D$ , conforme ilustrado no respectivo diagrama de corpo livre *completo* representado na Fig. 1.32.

A reacção na articulação C corresponde à resultante das reacções horizontal  $R_C^x$  e vertical  $R_C^y$ , sendo igual a:

$$R_C = \sqrt{(R_C^x)^2 + (R_C^y)^2} = \sqrt{18^2 + 16^2} = 24,1 \text{ kN}$$

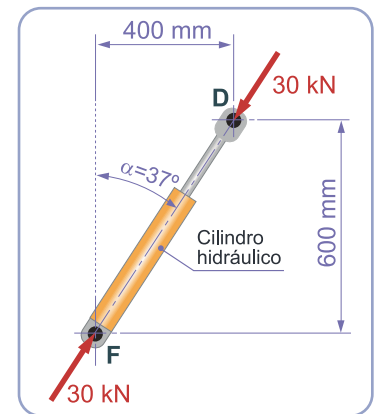


Fig. 1.32 Diagrama de corpo livre *completo* do cilindro hidráulico.

**Observação:** Em caso de necessidade de análise da estrutura principal do guindaste, de uma forma similar elabora-se o respectivo diagrama de corpo livre, com a aplicação do *princípio da acção-reacção* às reacções nas articulações C e F, conforme representado na Fig. 1.33.

Tal como no caso da Fig. 1.32, onde a confirmação do equilíbrio estático é directa, também e naturalmente, confirma-se o equilíbrio estático nesta situação particular:

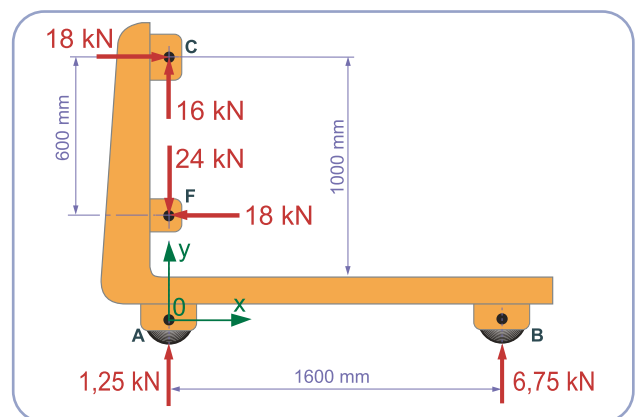


Fig. 1.33 Diagrama de corpo livre *completo* da estrutura do guindaste.

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad \Sigma F_x = 0 &\Leftrightarrow 18 - 18 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \text{ (equilíbrio de forças na direcção x)} \\ \uparrow \quad \Sigma F_y = 0 &\Leftrightarrow 16 - 24 + 1,25 + 6,75 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \text{ (equilíbrio de forças na direcção y)} \\ \odot \quad \Sigma M_F^z = 0 &\Leftrightarrow -18 \times 600 + 6,75 \times 1600 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \text{ (equilíbrio de momentos na direcção z)} \end{aligned}$$

Desta forma prática confirma-se o princípio de que *se um qualquer corpo como um todo se encontra em equilíbrio, qualquer parte do mesmo deverá também estar em equilíbrio*.

Equilíbrio do nó C para a determinação dos esforços normais  $N_{CD}$  e  $N_{CH}$  [ver Fig. 2.37b):

$$\begin{aligned} \xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 &\Leftrightarrow +N_{AC} + N_{CD} = 0 \Leftrightarrow +250 + N_{CD} = 0 \Leftrightarrow N_{CD} = -250 \text{ kN (C)} \\ \uparrow \Sigma F_y = 0 &\Leftrightarrow -100 - N_{CH} = 0 \Leftrightarrow N_{CH} = -100 \text{ kN (C)} \end{aligned}$$

Equilíbrio do nó H para a determinação dos esforços normais  $N_{DH}$  e  $N_{HI}$  [ver Fig. 2.37c):

$$\begin{aligned} \xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 &\Leftrightarrow -353,6 \cdot \cos 45^\circ + N_{DH} \cdot \cos 45^\circ + N_{HI} = 0 \Leftrightarrow N_{HI} = +400 \text{ kN (T)} \\ \uparrow \Sigma F_y = 0 &\Leftrightarrow +353,6 \cdot \sin 45^\circ - 100 + N_{DH} \cdot \sin 45^\circ = 0 \Leftrightarrow N_{DH} = -212,2 \text{ kN (C)} \end{aligned}$$

Equilíbrio do nó I para a determinação dos esforços normais  $N_{DI}$  e  $N_{IJ}$  [ver Fig. 2.37d):

$$\begin{aligned} \xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 &\Leftrightarrow -N_{HI} + N_{IJ} = 0 \Leftrightarrow -400 + N_{IJ} = 0 \Leftrightarrow N_{IJ} = +400 \text{ kN (T)} \\ \uparrow \Sigma F_y = 0 &\Leftrightarrow +N_{DI} = 0 \Leftrightarrow N_{DI} = 0 \text{ kN} \end{aligned}$$

Equilíbrio do nó D para a determinação dos esforços normais  $N_{DE}$  e  $N_{DJ}$  [ver Fig. 2.37e):

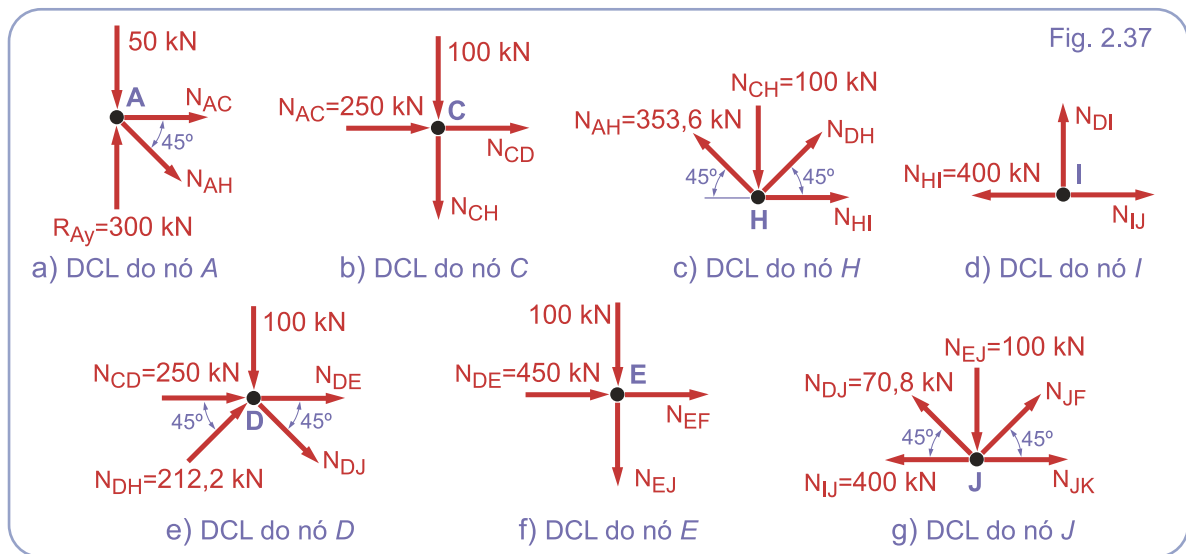
$$\begin{aligned} \xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 &\Leftrightarrow +250 + 212,2 \cdot \cos 45^\circ + N_{DJ} \cdot \cos 45^\circ + N_{DE} = 0 \Leftrightarrow N_{DE} = -450 \text{ kN (C)} \\ \uparrow \Sigma F_y = 0 &\Leftrightarrow +212,2 \cdot \sin 45^\circ - 100 - N_{DJ} \cdot \sin 45^\circ = 0 \Leftrightarrow N_{DJ} = +70,8 \text{ kN (T)} \end{aligned}$$

Equilíbrio do nó E para a determinação dos esforços normais  $N_{EF}$  e  $N_{EJ}$  [ver Fig. 2.37f):

$$\begin{aligned} \xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 &\Leftrightarrow +N_{DE} + N_{EF} = 0 \Leftrightarrow +450 + N_{EF} = 0 \Leftrightarrow N_{EF} = -450 \text{ kN (C)} \\ \uparrow \Sigma F_y = 0 &\Leftrightarrow -N_{EJ} - 100 = 0 \Leftrightarrow N_{EJ} = -100 \text{ kN (C)} \end{aligned}$$

Equilíbrio do nó J para a determinação dos esforços normais  $N_{JF}$  e  $N_{JK}$  [ver Fig. 2.37g):

$$\begin{aligned} \xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 &\Leftrightarrow -400 - 70,8 \cdot \cos 45^\circ + N_{JF} \cdot \cos 45^\circ + N_{JK} = 0 \Leftrightarrow N_{JK} = +400 \text{ kN (T)} \\ \uparrow \Sigma F_y = 0 &\Leftrightarrow +70,8 \cdot \sin 45^\circ - 100 + N_{JF} \cdot \sin 45^\circ = 0 \Leftrightarrow N_{JF} = +70,8 \text{ kN (T)} \end{aligned}$$



Os resultados obtidos pelo Método dos Nós estão resumidos na Fig. 2.38:

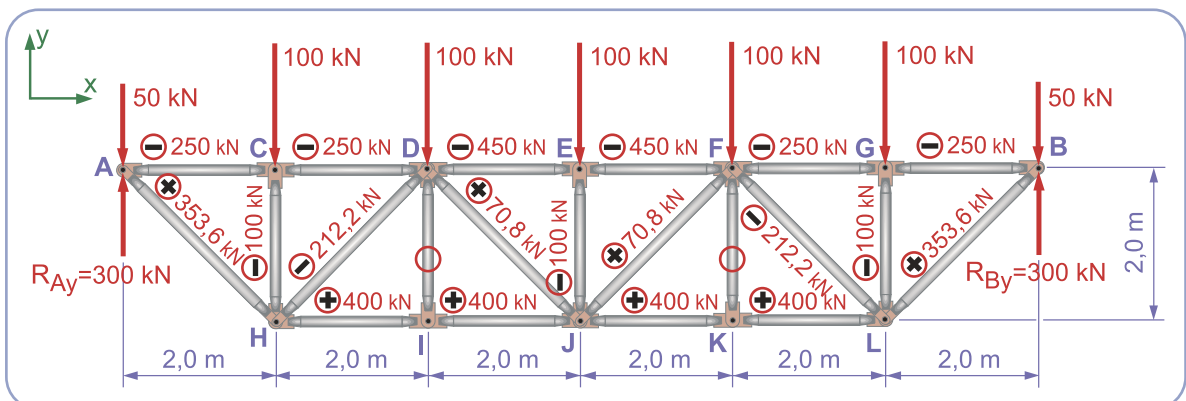


Fig. 2.38 Diagrama de corpo livre completo, incluindo os esforços internos.

Na Fig. 3.21a), imediatamente a seguir ao ponto C, constata-se a existência de um patamar que define a zona de transição elasto-plástica, sendo o respectivo nível de tensão designado por *tensão limite de cedência* do material ou, de forma abreviada, *tensão de cedência*. Este patamar, típico nos materiais dúcteis tais como o aço macio, é caracterizado por um significativo incremento temporário da deformação sob uma tensão constante.

O fenómeno de cedência, ainda não totalmente compreendido, não se verifica em muitos materiais, particularmente naqueles com um comportamento frágil. É o caso da Fig. 3.21b), onde a localização exacta do ponto C é dúbia. Nestas situações, foi estabelecido um critério normalizado para convencionar a tensão limite elástico, ilustrado na Fig. 3.22, o qual consiste no traçado de uma recta correspondente a uma deformação relativa de 0,2%, paralelamente à parte inicial recta da curva de tracção. Da intersecção destas duas linhas resulta o ponto C, que define a *tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,2%* de deformação relativa do material ou, de forma abreviada, *limite elástico a 0,2%* (para mais detalhes sobre o ensaio de tracção, ver o Capítulo 4).

Na Fig. 3.23 são ilustradas curvas de tracção referentes a diversas ligas metálicas, evidenciando uma grande diversidade comportamental.

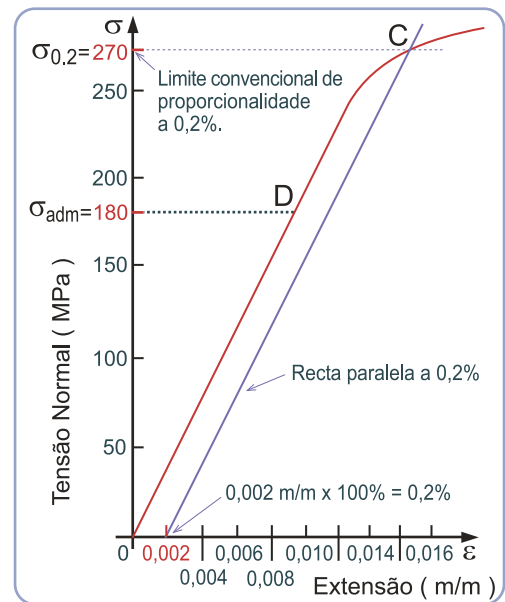


Fig. 3.22 Tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,2%.

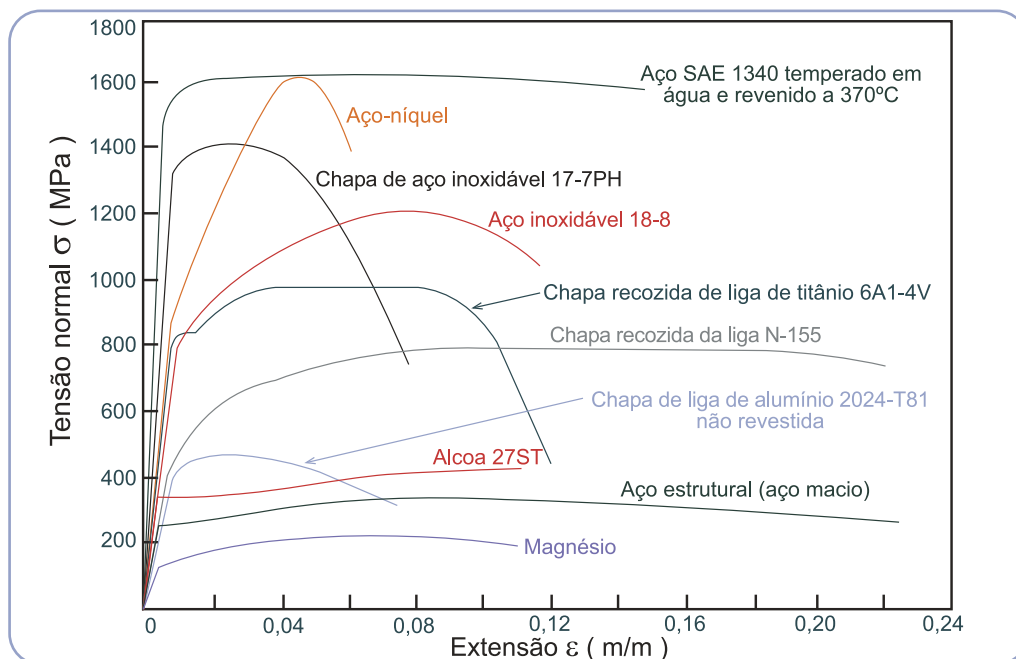


Fig. 3.23 Curvas de tracção para diferentes materiais metálicos.

Nas situações onde as cargas são aplicadas e retiradas um grande número de vezes, as informações sobre a resistência mecânica de um determinado material, obtidas unicamente mediante um ensaio de tracção estático (tensão de cedência e/ou tensão de rotura), poderão não ser suficientes para garantir um desempenho adequado. De facto, nestes casos, a resistência mecânica também depende da frequência de aplicação das cargas, uma vez que o material irá trabalhar sujeito a tensões variáveis no tempo. A Fig. 3.24 ilustra o resultado de um ensaio realizado a provetes de aço de alta resistência [classe 25CrMo4 - EN 10269, com um tratamento térmico de normalização que incrementou a tensão de rotura de 660 para 860 MPa], sujeitos a diferentes níveis de tensão, aplicada de forma alternada e em situação de flexão pura. Os pontos obtidos experimentalmente indicam o número de ciclos requeridos para colapsar cada provete a um determinado nível de tensão, originado por uma carga variável (neste caso através de um momento flector). Este tipo de ensaio é designado por *ensaio de fadiga* e a correspondente curva é designada por curva S-N [Tensão (*Stress*)-Nº de ciclos] ou de Wöhler 4).

### Exemplo 4.6

Um cubo de aço com 65 mm de lado, é submetido a uma pressão uniforme de 185 MPa, actuando sobre todas as faces. Determinar a variação da dimensão entre duas faces paralelas do cubo, adoptando um módulo de Young  $E=210 \times 10^3$  MPa e um coeficiente de Poisson  $\nu=0,30$ .

### Solução:

Utilizando a Eq. 4.6 e notando que a pressão é uma tensão de compressão:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \left[ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \right] = \frac{1}{210 \times 10^3} \left[ -185 - 0,30 \times (-185 - 185) \right] = -0,00035 \text{ m/m}$$

$$\Delta L_x = \varepsilon_x \cdot L_x = -0,00035 \times 65 = -0,023 \text{ mm (contração)}$$

Neste caso, dado que o carregamento é igual em todas as faces e as respectivas dimensões são idênticas, então:  $\Delta L_x = \Delta L_y = \Delta L_z = -0,023 \text{ mm}$

### 4.7 Lei de Hooke para tensões e deformações de corte

Considere-se a união aparafusada de duas chapas, ilustrada na Fig. 4.15a), a trabalhar ao corte, na qual foram executados dois seccionamentos adjacentes e transversais ao eixo do parafuso, centrados no plano de interface das duas chapas, de forma a possibilitar a análise do elemento infinitesimal cúbico assinalado por  $K$ .

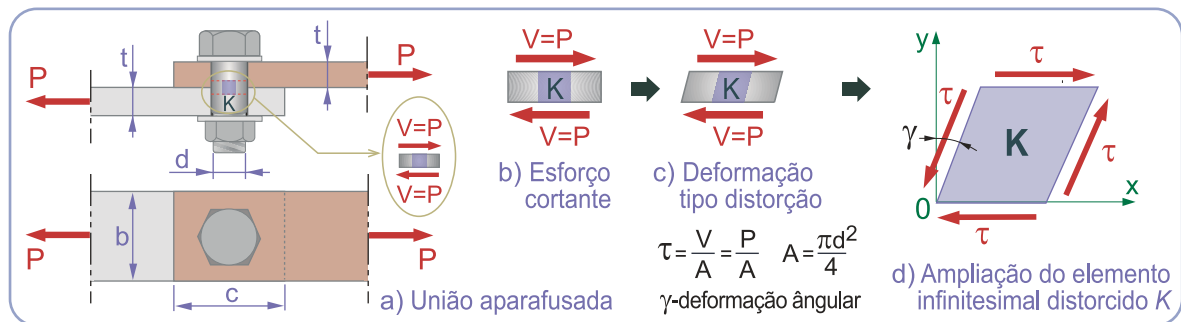


Fig. 4.15 Distorção causada pela tensão de corte.

A operação anterior resulta no diagrama de corpo livre de um troço de parafuso representado na Fig. 4.15b), sujeito a esforços cortantes  $V = P$ , os quais tendem a deformar esse troço do modo ilustrado na Fig. 4.15c). Em particular, o elemento  $K$  fica sujeito a tensões de corte horizontais de valor médio  $\tau = P/A$ , deformando em coerência com o ilustrado na Fig. 4.15c), ou seja, sofre uma distorção. Todavia, e conforme foi demonstrado no Subcapítulo 3.5, pelo *princípio da reciprocidade das tensões de corte*, verifica-se que num qualquer elemento, as tensões de corte que actuam em planos mutuamente perpendiculares são numericamente iguais, de modo a satisfazer as exigências de equilíbrio estático desse elemento. Assim, o elemento  $K$ , para além de estar sujeito às tensões de corte horizontais antes definidas, também está sujeito a tensões de corte verticais, com a mesma intensidade das primeiras e que em conjunto irão distorcer o elemento da forma representada na Fig. 4.15d). Este tipo de deformação é definida pelo ângulo  $\gamma$  (gama) e designada por deformação angular ou distorção, sendo expressa em radianos.

Se a análise anterior for circunscrita ao domínio das pequenas deformações em regime elástico, demonstra-se que, tal como no caso da relação linear entre a tensão normal e deformação axial, também se verifica uma relação linear entre a tensão de corte e a deformação angular. Então, a *Lei de Hooke* para o caso de tensão e deformação em situação de corte, tem a seguinte expressão:

$$\tau = G \cdot \gamma$$

Eq. 4.7

Sendo  $G$  a constante de proporcionalidade ao corte, designada por *módulo de elasticidade transversal* ou *módulo de distorção*. Dado que a deformação angular  $\gamma$  é medida em radianos, então, e tal como a deformação axial  $\varepsilon$ , é uma grandeza adimensional. Em consequência,  $G$  é expresso nas mesmas unidades de  $E$  e também corresponde a uma constante elástica para um dado material. Em geral, o valor utilizado para os aços é  $G_{aço} = 0,80 \times 10^5$  MPa. No caso dos aços estruturais, o valor típico utilizado é  $G_{aço} = 0,81 \times 10^5$  MPa<sup>5)</sup>.

5) Valor adoptado pelo Eurocódigo 3 aplicável ao projecto de estruturas em aço.



## 5.6 Dimensionamento de veios à torção

O dimensionamento de veios à torção passa pela especificação da tensão de corte admissível  $\tau_{adm}$ , estabelecida a partir de resultados de ensaios mecânicos e tipo de aplicação prevista. Informações precisas sobre a capacidade dos materiais em resistir a tensões de corte são obtidas através de ensaios de torção a tubos de parede delgada. Em ensaios de rotina e por razões práticas, são utilizados veios circulares maciços. Adicionalmente, pelo facto dos veios à torção serem usados com grande frequência em equipamentos de potência, também são frequentemente realizados ensaios de fadiga. Caracteristicamente, o valor da tensão de corte a que um determinado material pode resistir é inferior ao valor da tensão normal.

No Quadro 3.3 do Subcapítulo 3.9 foi apresentado um critério prático para o estabelecimento das tensões admissíveis, no caso de aços especificados e para aplicações correntes. No Quadro 5.1 apresenta-se um resumo desse Quadro 3.3, mas orientado para o estabelecimento da tensão de corte admissível ( $\tau_{adm}$ ), em função das tensões normais de cedência ( $\sigma_{ced}$ ) ou de rotura ( $\sigma_{rot}$ ), consoante o aço seja dúctil ou frágil, respectivamente.

Quadro 5.1 - Critérios de estabelecimento da tensão de corte admissível

Designação	Aços dúcteis	Aços Frágeis	Observações
Tensão de corte admissível	$\tau_{adm} = \frac{2}{5} \sigma_{ced}$	$\tau_{adm} = \frac{2}{7} \sigma_{rot}$	Dúctil: $\tau_{adm} = 60\%$ de $\sigma_{adm}$ Frágil: $\tau_{adm} = 70\%$ a $80\%$ de $\sigma_{adm}$

Nota 1: A relação  $\tau_{adm} = 60\% \sigma_{adm} \Leftrightarrow \tau_{adm} = (2/5) \sigma_{ced}$ , referente a aços dúcteis, resulta da aplicação do critério de resistência de "Von Mises" a uma situação de corte puro, onde  $\tau_{adm} = \sigma_{adm} / \sqrt{3}$ .

Nota 2: Em termos práticos, um aço é classificado como dúctil quando a sua extensão após rotura (A) é igual ou superior a 5%. Caso contrário, é classificado como frágil.

No caso de aços não especificados, recomenda-se a adopção de uma tensão de corte admissível ( $\tau_{adm}$ ) igual a 55 MPa.

Uma vez conhecido o momento torsor a ser transmitido pelo veio e fixada a respectiva tensão de corte máxima como sendo igual à tensão de corte admissível previamente estabelecida, as dimensões do veio tornam-se conhecidas. Assim, com base na fórmula da torção (Eq. 5.3):

$$\frac{I_t}{r} = \frac{M_t}{\tau_{m\acute{a}x}} \quad \text{e designando:} \quad C_t = \frac{I_t}{r} \quad \Leftrightarrow \quad C_t = \frac{M_t}{\tau_{m\acute{a}x}} \quad \text{Eq. 5.7}$$

Onde a relação  $I_t/r$  representa o parâmetro do qual depende a resistência elástica do veio à torção. Esta relação é designada por *módulo de resistência à torção* ou, de forma mais abreviada, por *módulo de torção*, sendo designada pelo símbolo  $C_t$ . Os módulos de torção de perfis ocós normalizados de secção circular estão tabelados em normas técnicas (ver Capítulo 13). Em analogia com uma barra axialmente carregada,  $C_t$  corresponde à área  $A$  da secção transversal. No caso de veios maciços,  $C_t = I_t/r = \pi \cdot r^3/2$ , onde  $r$  representa o raio exterior. A incorporação desta expressão na Eq. 5.7, possibilita a determinação do raio exterior mínimo do veio em análise. No caso de um veio oco, existe sempre uma infinidade de combinações entre os raios exterior e interior, que pode satisfazer um determinado valor da relação  $I_t/r$ .

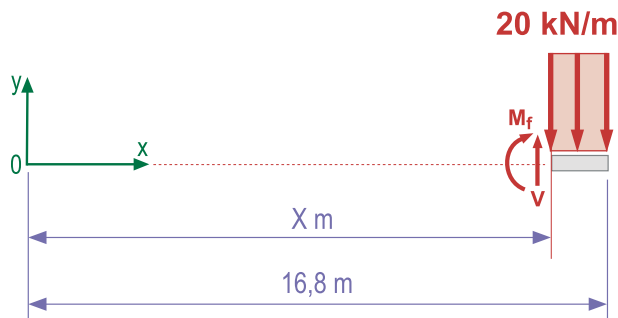


Fig. 5.11 Exemplos de utilização de veios à torção na transmissão de potência.

Elementos solicitados à torção são intensamente utilizados como veios de rotação na transmissão de potência, conforme exemplificado nas Figs. 5.11a) a c). Assim, torna-se conveniente o estabelecimento de uma fórmula prática de obtenção do momento torsor transmitido pelo veio, a partir da potência disponível expressa em kW, enquanto unidade de potência intensamente usada na indústria.

intervalo:  $14 \text{ m} < x < 16,8 \text{ m}$

Neste troço de viga, por razões de simplificação dos cálculos, procede-se ao isolamento do lado direito da viga e, em consequência, à análise dos esforços numa secção resistente “esquerda” dessa viga. Sendo mantida a posição do referencial x-y.



$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow -20x(16,8-X) + V = 0$$

$$\Leftrightarrow V = -20X + 336$$

Sendo a evolução do Esforço Cortante/Transverso (V) explicada pela equação de uma recta, bastam dois pontos para a definir, assim sendo, utilizaremos os pontos correspondentes aos limites do intervalo de aplicação:

$$\begin{cases} X=14 \text{ m} \Rightarrow V = -20 \times 14 + 336 = 56 \text{ kN} \\ X=16,8 \text{ m} \Rightarrow V = -20 \times 16,8 + 336 = 0 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\Sigma M_z = 0 \Leftrightarrow +20x(16,8-X)x(16,8-X)/2 + M_f \Leftrightarrow M_f = -10x(16,8-X)^2 \Leftrightarrow M_f = -10X^2 + 336X - 2822,4$$

$$1^\circ \begin{cases} X=14 \text{ m} \Rightarrow M_f = -10 \times 14^2 + 336 \times 14 - 2822,4 = -78,4 \text{ kN.m} \\ X=16,8 \text{ m} \Rightarrow M_f = -10 \times 16,8^2 + 336 \times 16,8 - 2822,4 = 0 \text{ kN.m} \end{cases}$$

2º Fórmula resolvente de:  $y = ax^2 + bx + c$

$$\text{zeros: } \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$\text{zero 1} = \frac{-336 + \sqrt{336^2 - 4(-10)(-2822,4)}}{2(-10)} = 16,8 \text{ m}$$

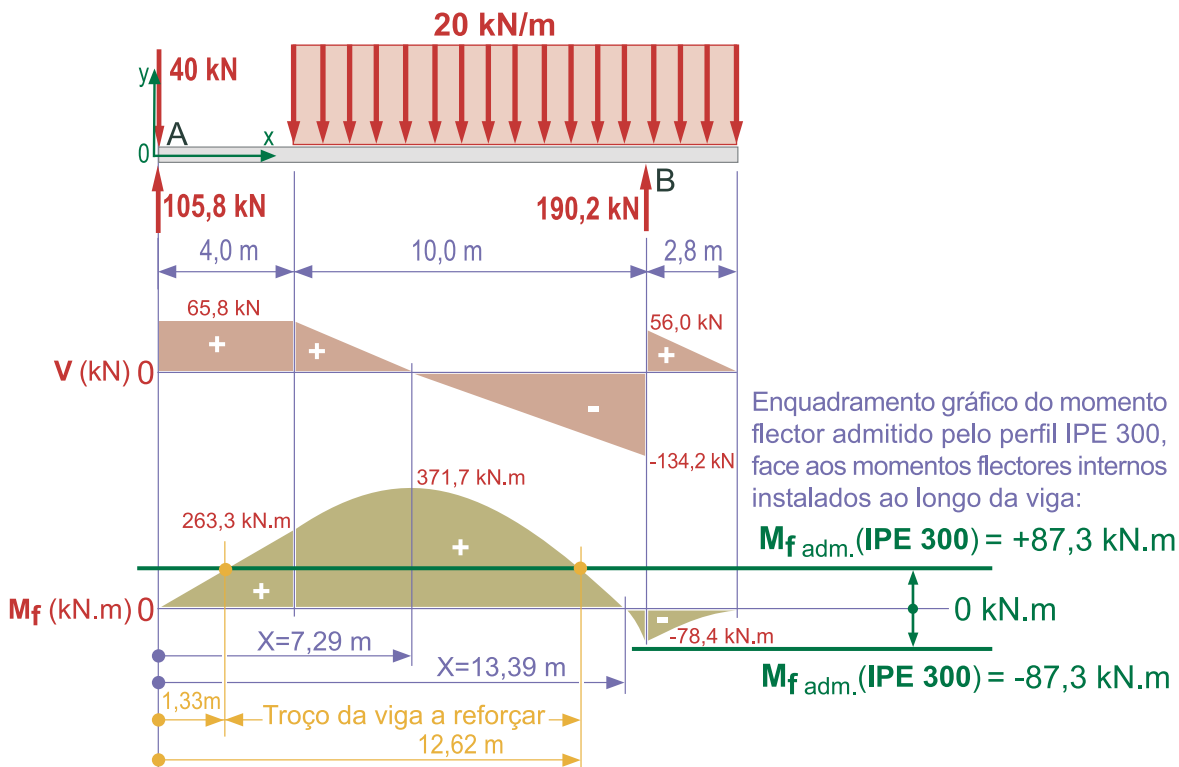
$$\text{zero 2} = \frac{-336 - \sqrt{336^2 - 4(-10)(-2822,4)}}{2(-10)} = 16,8 \text{ m}$$

3º Como  $a = -10$  (menor que zero) a concavidade está voltada para baixo, logo teremos um Momento Flector Máximo. Que a seguir iremos determinar.

$$4^\circ \frac{dM_f}{dx} = -20X + 336 \quad \frac{dM_f}{dx} = 0 \Rightarrow X = 336/20 = 16,8 \text{ m}$$

$$X=16,8 \text{ m} \Rightarrow M_f = -10 \times 16,8^2 + 336 \times 16,8 - 2822,4 = 0 \text{ kN.m (máximo)}$$

5. Desenhar os diagramas de esforços internos:



Outro exemplo elucidativo do significado da Eq. 7.1, revela-se na viga em madeira ilustrada na Fig. 7.3a), que está submetida a um *ensaio de flexão em 4 pontos*. O respectivo diagrama de corpo livre está elaborado na Fig. 7.3b) e os consequentes diagramas de esforços cortantes e momentos flectores estão desenhados nas Figs. 7.3c) e d), respectivamente. Para quaisquer duas secções tais como C e D, consideradas ao longo do troço de viga situado entre as cargas verticais aplicadas  $P$ , o momento flector é constante ( $M_f = P \cdot a$ ) e não existe esforço cortante ( $V = 0$ ), ou seja, trata-se de uma situação de *flexão pura*.

Mas no entanto, entre duas quaisquer secções tais como A e B, consideradas ao longo dos dois troços de viga situados entre os apoios e as cargas aplicadas  $P$ , verifica-se uma evolução linear do momento flector, actuando em conjunto com um esforço cortante constante, conforme ilustrado no elemento de viga da Fig. 7.3e). Nestes troços, a variação do momento flector na distância  $dx$  é  $P \cdot dx$ , dado que o esforço cortante é igual a  $P$ . Então, a variação do momento flector ao longo da viga  $dM_f/dx$ , sendo igual ao esforço cortante  $V$ , em termos gráficos corresponde ao declive do diagrama de momentos.

Conforme já referido, o tipo de solicitação exemplificado na Fig. 7.3a), é normalmente designado por *ensaio de flexão em 4 pontos*, o qual também já foi utilizado e analisado no Capítulo 6, dado ser frequentemente utilizado em ensaios laboratoriais de estudo do comportamento à flexão de novos materiais. O facto de o troço de viga intermédio trabalhar em flexão pura, permite uma análise isolada e directa do efeito do momento flector e respectivas tensões normais nos materiais, evitando-se precisamente os efeitos colaterais induzidos pelas tensões de corte que serão analisadas em seguida.

Adicionalmente e de forma relacionada com a análise anterior, verifica-se que na grande maioria das vigas à flexão, para além das esperadas tensões normais de flexão, também existem tensões de corte horizontais, conforme experimentalmente se demonstra no exemplo seguinte, onde três pranchas de madeira sobrepostas e simplesmente apoiadas, conforme ilustrado na Fig. 7.4a), são sujeitas a uma carga concentrada  $P$  aplicada a meio vão. Se estas pranchas não forem unidas entre si e não houver atrito entre as respectivas superfícies de contacto, as mesmas irão flectir de forma autónoma. Deste modo, verificar-se-á em cada uma das pranchas, compressão nas fibras longitudinais superiores e tracção nas inferiores, tendendo a haver um deslizamento relativo nas suas superfícies de contacto, conforme representado na Fig. 7.4b). Ao contrário, se as pranchas forem unidas entre si, por exemplo através da cavilhas conforme ilustrado na Fig. 7.4c), impede-se o deslizamento anterior através do surgimento de tensões de corte horizontais instaladas nas cavilhas, obrigando a que as três pranchas se comportem como um todo, verificando-se agora compressão na metade superior do conjunto e tracção na metade inferior, conforme representado na Fig. 7.4d).

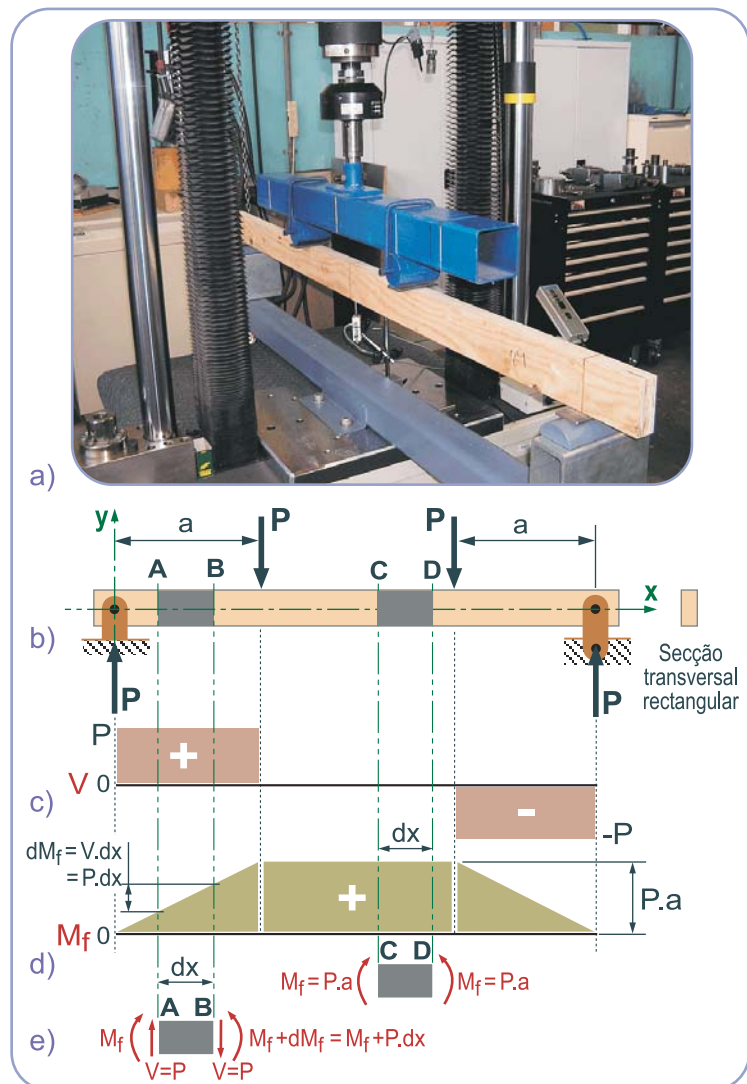


Fig. 7.3 Viga em madeira sujeita a ensaio de flexão em 4 pontos.

## 8.6 Flexão desviada

No Capítulo 6 relativo à flexão de elementos estruturais, foi salientado que a fórmula da flexão então deduzida é válida somente quando o momento flector aplicado actua em torno de um dos dois *eixos principais* da secção transversal, configurando uma situação designada por *flexão plana*. No entanto, verificam-se casos onde uma viga pode estar sujeita a um momento flector que actua em torno de um outro eixo, com uma orientação inclinada em relação aos eixos principais, configurando a situação mais geral da flexão, designada por *flexão desviada* ou *obliqua*, para a qual uma fórmula geral de flexão será adiante apresentada. Em termos gerais, os diferentes tipos de flexão estão ilustrados na Fig. 8.28, sendo estruturados do seguinte modo:

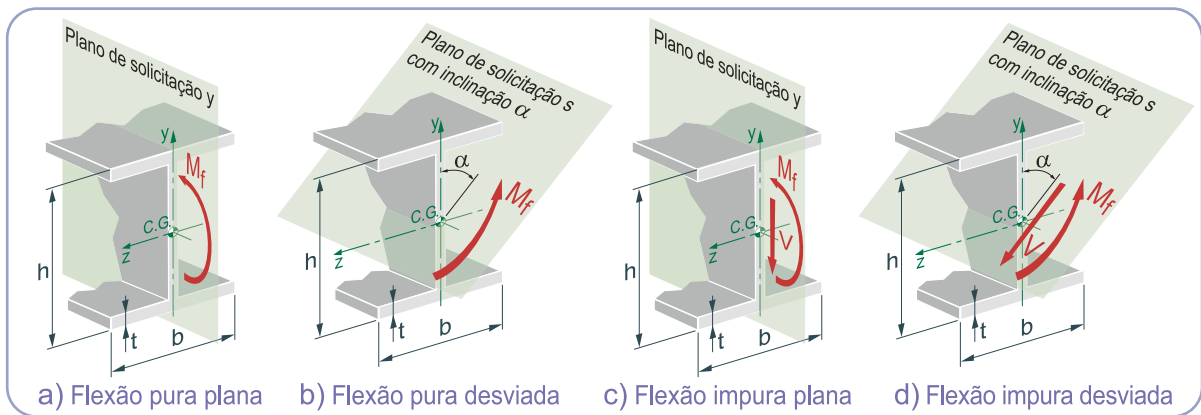
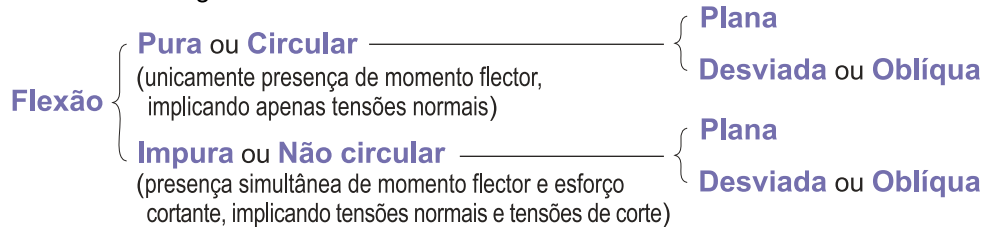


Fig. 8.28 Tipos de flexão.

Sempre que a flexão não ocorra em planos de simetria da secção transversal ou em planos correspondentes a eixos principais, estamos perante uma situação de flexão desviada.

É o caso da viga de secção rectangular representada na Fig. 8.29a), sujeita a um momento flector  $M_f$ , cujo plano de solicitação  $s$  contém o eixo longitudinal da viga  $x$ , mas faz um ângulo  $\alpha$  com o eixo de simetria vertical  $y$ . O modo mais conveniente de analisar esta situação mais geral de flexão, consiste em decompô-la em duas flexões planas segundo os eixos principais de inércia da secção transversal. Em resultado desta decomposição, procede-se à análise da distribuição das tensões normais de forma separada e no final, a distribuição definitiva das tensões normais é obtida por sobreposição. Note-se que esta metodologia já foi, de forma indirecta, abordada no Subcapítulo 8.4 através do método da *sobreposição de efeitos*. Conforme indicado na Fig. 8.13, além das tensões provocadas pelo esforço normal  $N=P$ , foram determinadas as tensões de flexão devidas a dois momentos, cuja resultante se traduz num momento aplicado segundo um plano inclinado em relação aos eixos principais de inércia da secção transversal, configurando assim uma situação de flexão desviada.

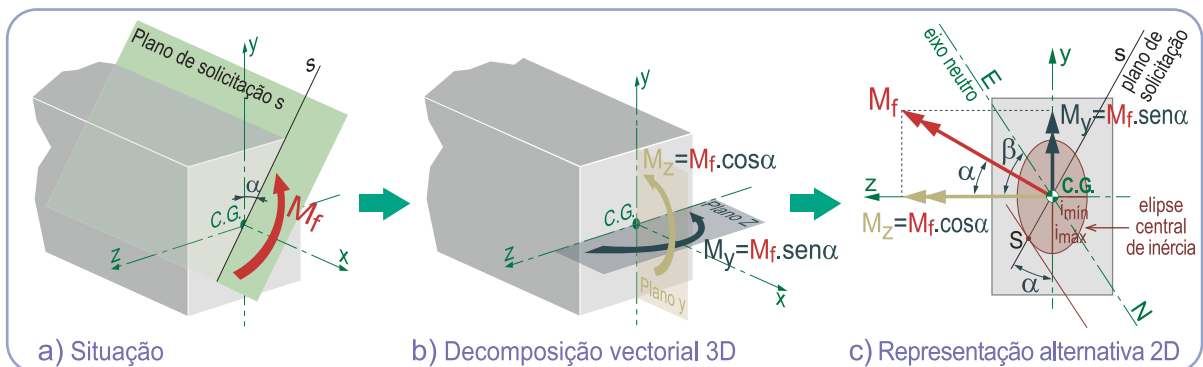


Fig. 8.29 Momento flector actuando num plano não coincidente com um dos eixos principais e sua decomposição vectorial nos planos desses eixos, com ilustração a três e duas dimensões.

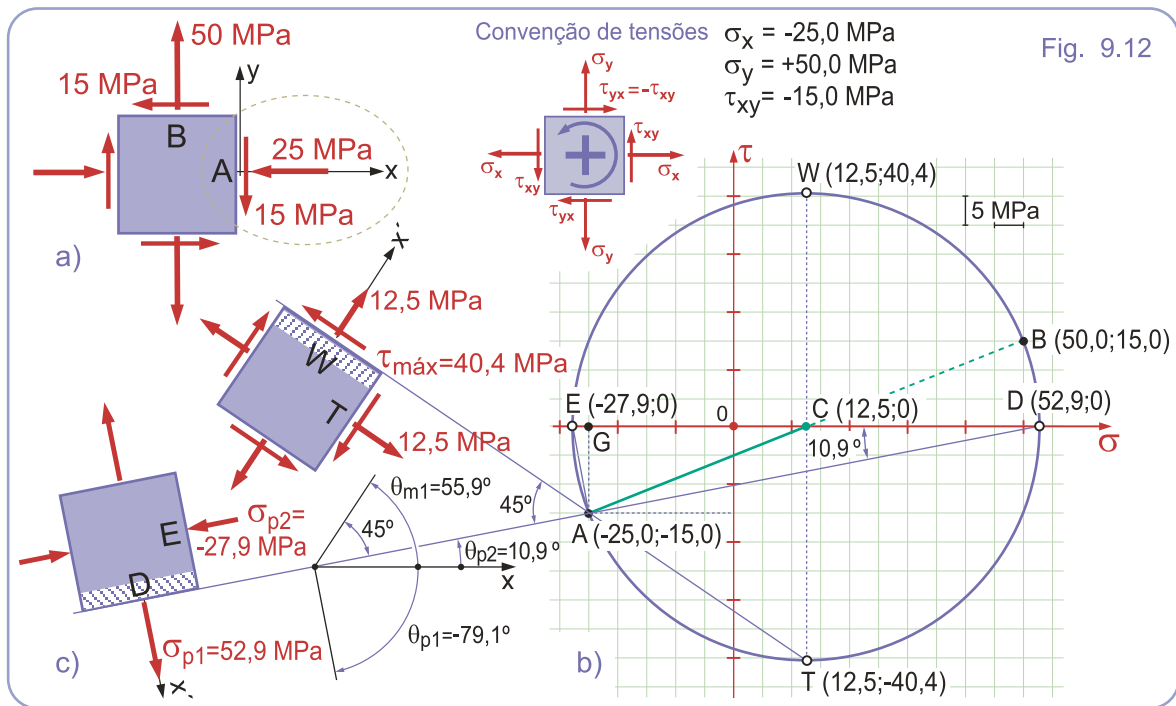


Fig. 9.12

### Exemplo 9.7

O veio maciço em aço representado na Fig. 9.13a), com um diâmetro de 100 mm, está solicitado por um esforço normal e um momento torsor. No elemento infinitesimal  $K$  situado na sua periferia, determinar através do círculo de Mohr, as tensões principais, as tensões de corte máxima e mínima e as tensões normais associadas a estas últimas.

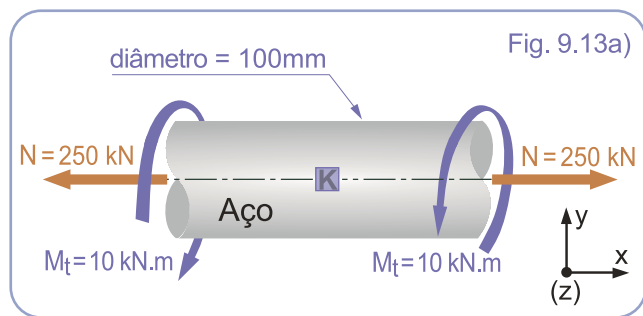


Fig. 9.13a)

### Solução:

Tensão normal em  $K$ , devida ao esforço normal  $N$ :

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{N}{\pi \cdot d^2/4} = \frac{250 \times 10^3}{\pi \times 100^2/4} = 31,8 \text{ MPa (tracção)}$$

Tensão de corte em  $K$ , devida ao momento torsor  $M_t$ :

$$\tau_{\text{máx.}} = \frac{M_t \cdot r}{I_t} = \frac{M_t \cdot d/2}{\pi \cdot d^4/32} = \frac{10 \times 10^6 \times 100/2}{\pi \times 100^4/32} = 50,9 \text{ MPa}$$

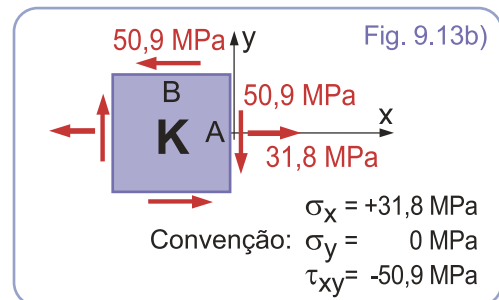


Fig. 9.13b)

Com base nos dados iniciais resumidos na Fig. 9.13b), elabora-se o círculo de Mohr de tensão:

1. Centro  $C$ :  $(\sigma_x + \sigma_y)/2 = (31,8 + 0)/2 = 15,9$  MPa
2. Ponto  $A$  sobre o círculo, com os dados na face à direita do elemento:  $A(+31,8; -50,9)$  MPa.
3. Raio do círculo:

$$R = \sqrt{[(\sigma_x - \sigma_y)/2]^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{15,9^2 + 50,9^2} = 53,3 \text{ MPa}$$

Analisando geometricamente o círculo de Mohr que foi desenhado na Fig. 9.13c), infere-se que:

4.  $\sigma_{p1} = C + R = 15,9 + 53,3 = 69,2$  MPa ;  $D(+69,2; 0)$  MPa
5.  $\sigma_{p2} = C - R = 15,9 - 53,3 = -37,4$  MPa ;  $E(-37,4; 0)$  MPa
6.  $\tau_{m1} = +R = +53,3$  MPa ;  $W(+15,9; +53,3)$  MPa
7.  $\tau_{m2} = -R = -53,3$  MPa ;  $T(+15,9; -53,3)$  MPa
8.  $\sigma_m = C = +15,9$  MPa

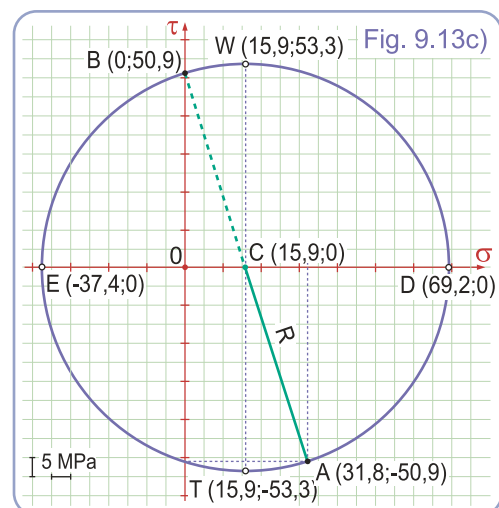
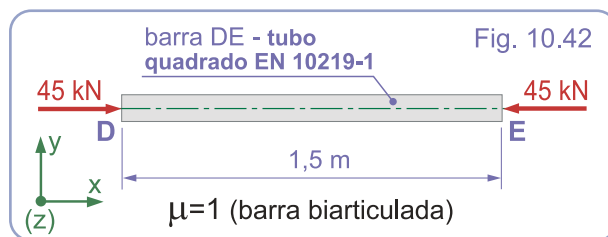


Fig. 9.13c)

## Problema 10.20

Reanalisar o Exemplo 10.5 representado na Fig. 10.16, na alternativa de utilização de um tubo de secção transversal quadrangular para materializar a barra DE, unicamente substituindo o critério R.E.A.E. pelo critério EC 3-1-1 para o dimensionamento à encurvadura e mantendo o coeficiente de segurança igual a 1,5.

O diagrama de corpo livre da barra DE está representado na Fig. 10.42. O material a utilizar será o mesmo, isto é, um aço estrutural da classe S235 com  $\sigma_{ced}=235$  MPa e um módulo de elasticidade longitudinal  $E=210.000$  MPa. Desprezar o peso próprio do tubo em análise.



### Solução:

Conforme já analisado no Exemplo 10.5, a área mínima requerida, determinada a partir do dimensionamento axial à compressão convencional, é igual a:

$$A_{\min} = \frac{cs \cdot N_{DE}}{\sigma_{ced}} = \frac{1,5 \cdot 45.000}{235} = 287 \text{ mm}^2 = 2,87 \text{ cm}^2$$

Consultando a tabela de tubos de secção quadrangular ao lado, verifica-se que o primeiro tubo que possui uma área superior àquele valor mínimo é o seguinte:

Tubo quadrado 30x3 – EN 10219-1 – S235JRH

Tubo de aço - secção quadrada - Norma EN 10219-1

Dimensões e massas			Características Estáticas				
Larg.	Esp.	Massa Linear	Área	Momento de Inércia à Flexão	Raio de Giro	Módulos de Flexão Elástica	Plástica
h = b	t	M	A	$I_{z,y}$	$i_{z,y}$	$W_{el,z,y}$	$W_{pl,z,y}$
mm	mm	kg/m	cm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>	cm	cm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>
30	3,0	2,36	3,01	3,50	1,08	2,34	2,96
40	2,0	2,31	2,94	6,94	1,54	3,47	4,13
40	2,5	2,82	3,59	8,22	1,51	4,11	4,97
40	3,0	3,30	4,21	9,32	1,49	4,66	5,72
40	4,0	4,20	5,35	11,1	1,44	5,54	7,01
50	2,0	2,93	3,74	14,1	1,95	5,66	6,66
50	2,5	3,60	4,59	16,9	1,92	6,78	8,07
50	3,0	4,25	5,41	19,5	1,90	7,79	9,39

Decisões

EC 3-1-1:

R.E.A.E.:

Processo iterativo de cálculo à encurvadura, a partir do tubo quadrado 30x3:

Considerando:

- $\sigma_{ced} = 235$  MPa
- $E = 210.000$  MPa
- c.s. = 1,5
- $P = N_{DE} = 45$  kN ;  $L = 1,5$  m
- $\mu = 1$  (coluna biarticulada)

Fabrico: conformação a frio => curva c ;  $\alpha = 0,49$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{ced}}} = 93,9$$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{\min}} \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$$

$$\Phi = 0,5 [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$\sigma_{inst} = \frac{P}{A} \quad \sigma_{adm} = \frac{\chi \cdot \sigma_{ced}}{cs} \quad P_{adm} = \sigma_{adm} \cdot A$$

Iter. n°	Designação normalizada do perfil	Raio de Giro		Esbelteza absoluta relativa		Parâm. curva $\Phi$	Coeficiente Encurvadura $\chi$	Tensão instalada	Tensão admissível	Análise	Carga adm.
		A (mm <sup>2</sup> )	$i_{\min}$ (mm)	$\lambda$	$\bar{\lambda}$			$\sigma_{inst}$ (MPa)	$\sigma_{adm}$ (MPa)		$\sigma_{inst} \leq \sigma_{adm}$
1. <sup>a</sup>	30x30x3	301	10,8	138,9	1,48	1,91	0,32	150	50	Situação Instável.	15,1
2. <sup>a</sup>	40x40x2	294	15,4	97,4	1,04	1,24	0,52	153	81	Situação Instável.	23,8
3. <sup>a</sup>	50x50x2	374	19,5	76,9	0,82	0,99	0,65	120	102	Situação Instável.	38,1
4. <sup>a</sup>	50x50x2,5	459	19,2	78,1	0,83	1,00	0,64	98	100	Estabilidade.	45,9

Em conclusão, a solução consiste na adopção de um tubo quadrado 50x2,5 - EN 10219-1 - S235JRH, para materializar a barra DE.

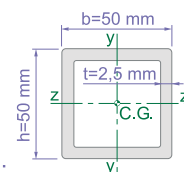
Adicionalmente, verifica-se que neste caso o critério EC 3-1-1 é menos conservador que o critério R.E.A.E. aplicado no Exemplo 10.5.

Abordagem alternativa, utilizando a metodologia e nomenclatura de acordo com o EC 3-1-1:

Considerando:  $f_y = \sigma_{ced} = 235$  MPa  
 $\gamma_G = c.s. = 1,5$  ;  $\gamma_{M1} = 1,0$

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_{DE} \quad N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad P_{adm} = \frac{N_{b,Rd}}{\gamma_G}$$

Iter. n°	Designação normalizada do perfil	Raio de Giro		Esbelteza absoluta relativa		Parâm. curva $\Phi$	Coeficiente Encurvadura $\chi$	Esforço actuante	Esforço resistente	Análise	Carga adm.
		A (mm <sup>2</sup> )	$i_{\min}$ (mm)	$\lambda$	$\bar{\lambda}$			$N_{Ed}$ (kN)	$N_{b,Rd}$ (kN)		$N_{Ed} \leq N_{b,Rd}$
1. <sup>a</sup>	30x30x3	301	10,8	138,9	1,48	1,91	0,32	67,5	22,6	Situação Instável.	15,1
2. <sup>a</sup>	40x40x2	294	15,4	97,4	1,04	1,24	0,52	67,5	35,9	Situação Instável.	23,8
3. <sup>a</sup>	50x50x2	374	19,5	76,9	0,82	0,99	0,65	67,5	57,1	Situação Instável.	38,1
4. <sup>a</sup>	50x50x2,5	459	19,2	78,1	0,83	1,00	0,64	67,5	69,0	Estabilidade.	45,9



## 11.6 Reservatórios de pressão de paredes finas [1]

Os reservatórios de pressão com formas cilíndrica ou esférica, configuram uma situação típica de um estado de tensão biaxial [ver Fig. 11.27a)], cujas fórmulas simplificadas de transformação de tensões estão resumidas no Quadro 9.1 do Capítulo 9. Por conseguinte, as paredes de um reservatório de pressão de parede fina ideal comportam-se como uma membrana, isto é, não estão sujeitas a flexão, assumindo-se então que os esforços internos exercidos sobre um elemento da parede são tangentes à superfície do reservatório. A forma esférica é a ideal para um reservatório de pressão devido à sua simetria total, assumindo que o peso próprio do conteúdo é desprezável. Por sua vez, a forma cilíndrica também revela um excelente desempenho, sendo de grande interesse a análise da respectiva resistência mecânica em virtude da sua intensa aplicação prática, como é o caso dos depósitos de combustíveis, garrafas de gás, cisternas, caldeiras, tubagens, etc.

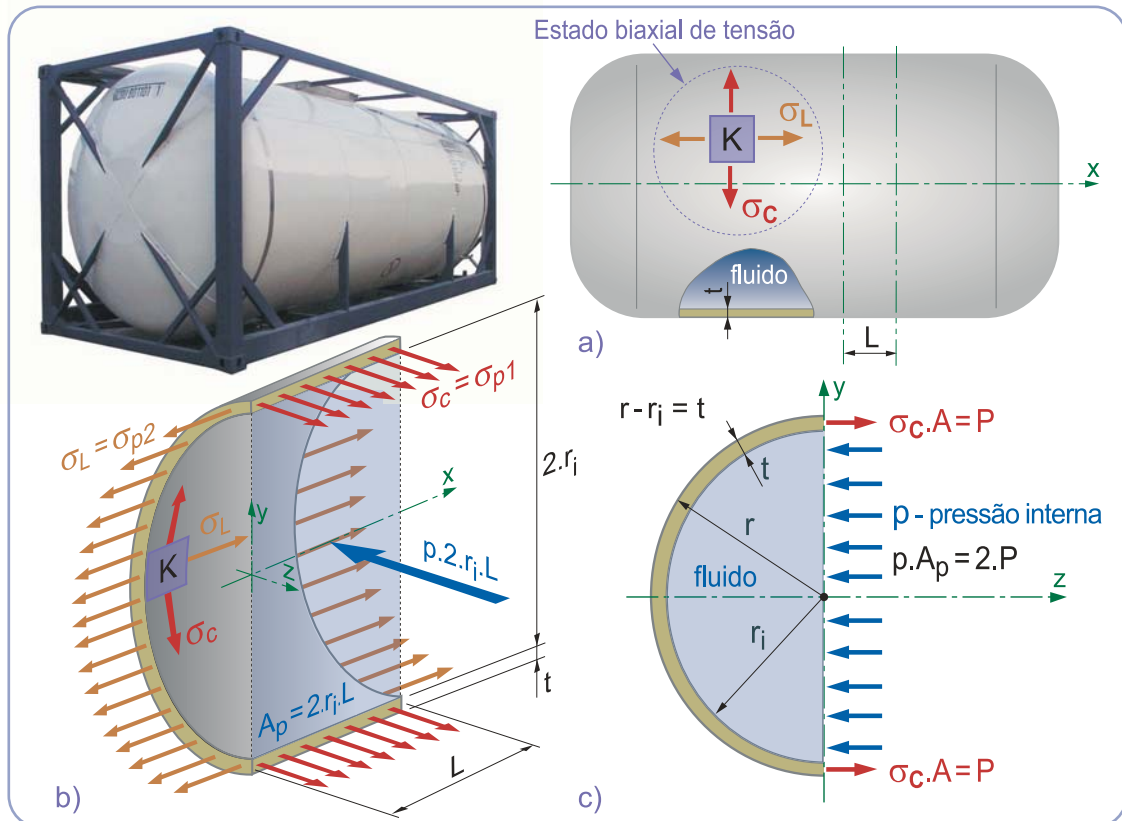


Fig. 11.27 Diagramas de análise de reservatórios cilíndricos de pressão.

Tendo em vista a caracterização do estado de tensão instalado num reservatório de pressão cilíndrico, procede-se ao isolamento de um segmento do mesmo, através de dois planos de corte transversais ao eixo  $x$  do cilindro e distanciados de  $L$  [ver Fig. 11.27a)], em conjunto com um terceiro plano longitudinal definido pelo par de eixos  $x$  e  $y$ , resultando no diagrama de corpo livre ilustrado na Fig. 11.27b). As condições de simetria excluem a existência de quaisquer tensões de corte nos planos de secção, uma vez que estas tensões de corte provocariam uma distorção incompatível com a forma tubular em análise. Em consequência, confirma-se que as únicas tensões instaladas nas secções resistentes do cilindro são as representadas na Fig. 11.27b), consistindo nas tensões normais circunferencial e longitudinal, respectivamente designadas por  $\sigma_C$  e  $\sigma_L$ , as quais correspondem às *tensões principais*, com  $\sigma_C = \sigma_{p1}$  e  $\sigma_L = \sigma_{p2}$ . Estas tensões principais, multiplicadas pelas respectivas áreas de actuação, originam forças que mantêm o elemento de cilindro em equilíbrio face à pressão interna.

Sendo  $p$  a pressão interna do fluido armazenado,  $r$  o raio exterior,  $r_i$  o raio interior e  $t$  a espessura da parede do cilindro, com base na Fig. 11.27c) infere-se que os dois esforços  $P$ , resultantes das tensões  $\sigma_C$  instaladas nas duas secções resistentes com áreas  $A = L.t$ , devem resistir à força resultante da pressão  $p$  exercida sobre a porção de fluido incluída no segmento de cilindro, através da respectiva área projectada sobre o plano diametral. Esta área designada por  $A_p$  está representada na Fig. 11.27b), sendo definida pela seguinte expressão:  $A_p = 2.r_i.L$ .

[1] Fonte: POPOV, Egor P. - "Engineering Mechanics of Solids", 2nd Ed. N.J.: Ed. Prentice-Hall Inc., 1998, p. 184.

## 12.9 Caso de estudo - Espaçamento máximo entre suportes de tubagens em aço [ver Fig. 12.36]

A finalizar a presente publicação, apresenta-se um estudo de uma situação real envolvendo de uma forma integrada, os principais conceitos abordados em profundidade ao longo dos 12 capítulos desenvolvidos. Pretende-se deste modo demonstrar a sua grande utilidade prática.

### 12.9.1 Introdução

A análise racional do espaçamento entre suportes de tubagens em aço deve ter como objectivo, maximizar a distância entre apoios e assim minimizar o número de suportes requerido, resultando numa redução de custos, mas salvaguardando o seu adequado funcionamento, através do cumprimento dos seguintes requisitos:

- 1. Resistência Mecânica:** evitando tensões de flexão excessivas causadas pelas cargas distribuídas e/ou concentradas entre os suportes da tubagem.
- 2. Rigidez:** mantendo a deformação da tubagem dentro de limites adequados, através do controlo da flecha originada pela flexão, por forma a garantir um correcto escoamento do fluido transportado.

Este estudo foi estruturado em duas partes. Na primeira parte é desenvolvida uma abordagem teórica sustentada no modelo de dimensionamento analisado no Capítulo 6, referente à flexão das vigas. Na segunda parte são compiladas uma série de tabelas práticas, especificadas em diversas normas e manuais técnicos, que fixam as distâncias máximas entre suportes de tubagens de aço, tendo em consideração a natureza do fluido transportado e a dimensão da tubagem. Os valores fixados nestas tabelas foram obtidos através de análises teóricas do tipo apresentado na primeira parte e/ou através da experiência.

### 12.9.2 Abordagem teórica

O cálculo da distância máxima entre os suportes de tubagens de aço  $e_{m\acute{a}x.}$  [ver Fig. 12.37a)], ou dito de outra forma, do vão máximo entre os suportes, é efectuado considerando o tubo de aço como uma viga horizontal sujeita aos vários pesos próprios e sobrecargas actuantes. Conforme já antes referido, este vão máximo visa limitar os efeitos dos diversos pesos próprios nas seguintes duas características da tubagem:

- 1. Tensão de flexão máxima ( $\sigma_{m\acute{a}x.}$ ),** a qual na zona de maior momento flector, deverá ser inferior ou igual a um determinado valor admissível ( $\sigma_{adm.}$ ).
- 2. A flecha máxima ( $w_{m\acute{a}x.}$ ),** localizada a meio vão ou na sua vizinhança, a qual também deverá ser inferior ou igual a um determinado valor admissível ( $w_{adm.}$ ).

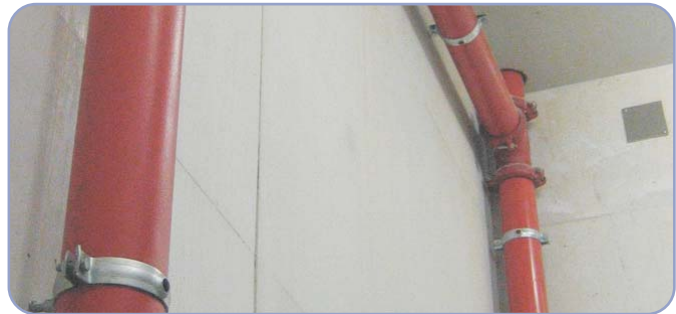


Fig. 12.36 Exemplo de suportes de tubagens.

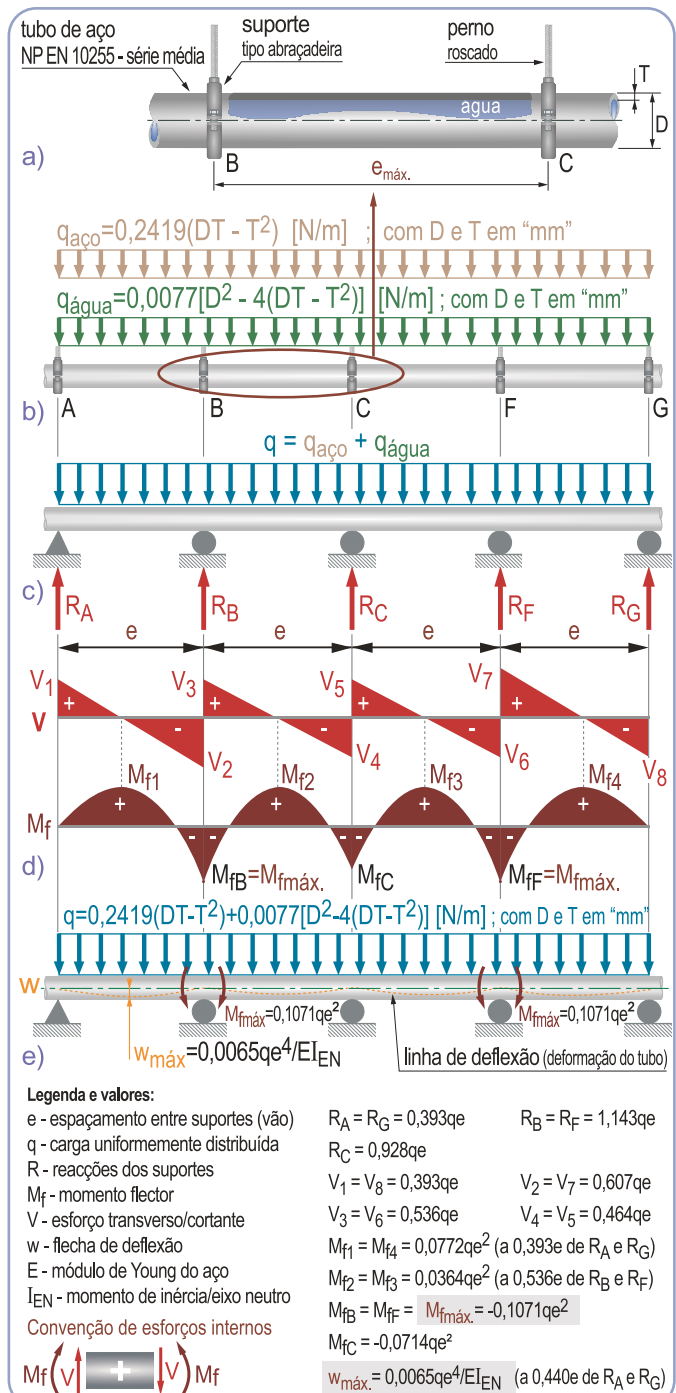


Fig. 12.37 Tubagem sujeita a cargas distribuídas.



## Tubos de aço com secção transversal circular



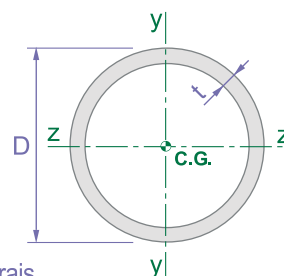
Requisitos gerais conformes a EN 10219-1.

Matéria prima: Aços não ligados das Classes S235JRH, S275J0H, S275J2H, S355J0H, S355J2H e S355K2H.

Dimensões, tolerâncias e características geométricas conformes a EN 10219-3 (corresponde à EN 10219-2: 2006).

Processo de fabrico e campo de aplicação:

conformados a frio e soldados por alta frequência para [aplicações estruturais](#).



Dimensões e massas			Características Estáticas						Outras			
Diâmetro Exterior	Esp.	Massa Linear	Área	Momento de Inércia à Flexão	Raio de Giração	Módulos de Flexão Elástica	Módulos de Flexão Plástica	Momento de Inércia à Torção	Módulo de Torção	Área Lateral Unitária	Comprimento Nominal por Tonelada	
D	t	M	A	$I_{z,y}$	$i_{z,y}$	$W_{el,z,y}$	$W_{pl,z,y}$	$I_t$	$C_t$	$A_s$	$L_{ton}$	
mm	mm	kg/m	cm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>	cm	cm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	m <sup>2</sup> /m	m	
21,3	2,0	0,95	1,21	0,571	0,686	0,536	0,748	1,14	1,1	0,067	1050	
21,3	2,5	1,16	1,48	0,664	0,671	0,623	0,889	1,33	1,3	0,067	863	
21,3	3,0	1,35	1,72	0,741	0,656	0,696	1,01	1,48	1,4	0,067	739	
26,9	2,0	1,23	1,56	1,22	0,883	0,907	1,24	2,44	1,8	0,085	814	
26,9	2,5	1,50	1,92	1,44	0,867	1,07	1,49	2,88	2,1	0,085	665	
26,9	3,0	1,77	2,25	1,63	0,852	1,21	1,72	3,27	2,4	0,085	566	
33,7	2,0	1,56	1,99	2,51	1,12	1,49	2,01	5,02	3,0	0,106	640	
33,7	2,5	1,92	2,45	3,00	1,11	1,78	2,44	6,00	3,6	0,106	520	
33,7	3,0	2,27	2,89	3,44	1,09	2,04	2,84	6,88	4,1	0,106	440	
42,4	2,0	1,99	2,54	5,19	1,43	2,45	3,27	10,4	4,9	0,133	502	
42,4	2,5	2,46	3,13	6,26	1,41	2,95	3,99	12,5	5,9	0,133	407	
42,4	3,0	2,91	3,71	7,25	1,40	3,42	4,67	14,5	6,8	0,133	343	
42,4	4,0	3,79	4,83	8,99	1,36	4,24	5,92	18,0	8,5	0,133	264	
48,3	2,0	2,28	2,91	7,81	1,64	3,23	4,29	15,6	6,5	0,152	438	
48,3	2,5	2,82	3,60	9,46	1,62	3,92	5,25	18,9	7,8	0,152	354	
48,3	3,0	3,35	4,27	11,0	1,61	4,55	6,17	22,0	9,1	0,152	298	
48,3	4,0	4,37	5,57	13,8	1,57	5,70	7,87	27,5	11,4	0,152	229	
48,3	5,0	5,34	6,80	16,2	1,54	6,69	9,42	32,3	13,4	0,152	187	
60,3	2,0	2,88	3,66	15,6	2,06	5,17	6,80	31,2	10,3	0,189	348	
60,3	2,5	3,56	4,54	19,0	2,05	6,30	8,36	38,0	12,6	0,189	281	
60,3	3,0	4,24	5,40	22,2	2,03	7,37	9,86	44,4	14,7	0,189	236	
60,3	4,0	5,55	7,07	28,2	2,00	9,34	12,7	56,3	18,7	0,189	180	
60,3	5,0	6,82	8,69	33,5	1,96	11,1	15,3	67,0	22,2	0,189	147	
76,1	2,0	3,65	4,66	32,0	2,62	8,40	11,0	64,0	16,8	0,239	274	
76,1	2,5	4,54	5,78	39,2	2,60	10,3	13,5	78,4	20,6	0,239	220	
76,1	3,0	5,41	6,89	46,1	2,59	12,1	16,0	92,2	24,2	0,239	185	
76,1	4,0	7,11	9,06	59,1	2,55	15,5	20,8	118	31,0	0,239	141	
76,1	5,0	8,77	11,2	70,9	2,52	18,6	25,3	142	37,3	0,239	114	
76,1	6,0	10,4	13,2	81,8	2,49	21,5	29,6	164	43,0	0,239	96,4	
76,1	6,3	10,8	13,8	84,8	2,48	22,3	30,8	170	44,6	0,239	92,2	
88,9	2,0	4,29	5,46	51,6	3,07	11,6	15,1	103	23,2	0,279	233	
88,9	2,5	5,33	6,79	63,4	3,06	14,3	18,7	127	28,5	0,279	188	
88,9	3,0	6,36	8,10	74,8	3,04	16,8	22,1	150	33,6	0,279	157	
88,9	4,0	8,38	10,7	96,3	3,00	21,7	28,9	193	43,3	0,279	119	
88,9	5,0	10,3	13,2	116	2,97	26,2	35,2	233	52,4	0,279	96,7	
88,9	6,0	12,3	15,6	135	2,94	30,4	41,3	270	60,7	0,279	81,5	
88,9	6,3	12,8	16,3	140	2,93	31,5	43,1	280	63,1	0,279	77,9	
101,6	2,0	4,91	6,26	77,6	3,52	15,3	19,8	155	30,6	0,319	204	
101,6	2,5	6,11	7,78	95,6	3,50	18,8	24,6	191	37,6	0,319	164	
101,6	3,0	7,29	9,29	113	3,49	22,3	29,2	226	44,5	0,319	137	
101,6	4,0	9,63	12,3	146	3,45	28,8	38,1	293	57,6	0,319	104	
101,6	5,0	11,9	15,2	177	3,42	34,9	46,7	355	69,9	0,319	84,0	

Exemplo de especificação: 12000 m tubo circular 88,9 x 5 – EN 10219-1 – S235JRH

Continua