

Estruturas de Betão Pré-esforço

2.^a EDIÇÃO

Paulo Cachim

AUTOR

Paulo Barreto Cachim

TÍTULO

Estruturas de Betão – Pré-esforço (2.ª Edição)

EDIÇÃO

Quântica Editora – Conteúdos Especializados, Lda.

Praça da Corujeira n.º 38 4300-144 PORTO – geral@quanticaeditora.pt

CHANCELA

Engebook – Conteúdos de Engenharia

DISTRIBUIÇÃO

Booki – Conteúdos Especializados

Tel. 220 104 872 . Fax 220 104 871 . info@booki.pt – www.booki.pt

REVISÃO

Quântica Editora – Conteúdos Especializados, Lda.

DESIGN (2.ª Edição)

Delineatura – Design de Comunicação

www.delineatura.pt

IMPRESSÃO

Outubro 2025

DEPÓSITO LEGAL

548763/25



A **cópia ilegal** viola os direitos dos autores.

Os prejudicados somos todos nós.

Copyright © 2025 | Todos os direitos reservados a Quântica Editora – Conteúdos Especializados, Lda.
para a língua portuguesa.

A reprodução desta obra, no todo ou em parte, por fotocópia ou qualquer outro meio,
seja eletrónico, mecânico ou outros, sem prévia autorização escrita do Editor e do Autor,
é ilícita e passível de procedimento judicial contra o infrator.

Este livro encontra-se em conformidade com o novo Acordo Ortográfico de 1990, respeitando as suas
indicações genéricas e assumindo algumas opções específicas.

CDU

624 Engenharia Civil e de Estruturas em geral

ISBN

Papel 9789899177802

E-book 9789899177819

Catálogo da Publicação

Família Engenharia Civil

Subfamília Estruturas

Índice

1. Introdução	9
1.1. Efeitos do pré-esforço	11
1.2. Tipos de pré-esforço	15
1.2.1. Pré-esforço por pré-tensão	15
1.2.2. Pré-esforço por pós-tensão	18
1.2.3. Comparação entre os diversos tipos de pré-esforço	20
1.2.4. Outros tipos de pré-esforço	20
2. Materiais	23
2.1. Betão	24
2.1.1. Propriedades do betão	25
2.1.2. Evolução no tempo das propriedades mecânicas	27
2.1.3. Diagramas tensão-extensão para o betão em compressão	29
2.1.4. Fluência do betão	31
2.1.5. Retração do betão	37
2.2. Armaduras de pré-esforço	44
2.2.1. Propriedades dos aços de pré-esforço	46
2.2.2. Relações constitutivas	52
2.2.3. Relaxação das armaduras	54
2.2.4. Amarração por aderência de armaduras de pré-esforço	56
2.2.5. Disposição das armaduras de pré-esforço e das bainhas	60
2.2.6. Recobrimentos	61
2.3. Dispositivos de pré-esforço	69
2.3.1. Ancoragens e acopladores	69
2.3.2. Desviadores	70
3. Cálculo dos efeitos do pré-esforço	73
3.1. Efeito do pré-esforço	74
3.1.1. Coeficientes parciais relativos ao pré-esforço	74
3.1.2. Efeitos do pré-esforço no estado limite de utilização e no estado limite de fadiga	75
3.1.3. Efeitos do pré-esforço no estado limite último	75
3.2. Efeitos do pré-esforço em serviço	76
3.2.1. Cálculo com secção não fendilhada	77
3.2.2. Cálculo com secção fendilhada	79
3.3. Força de pré-esforço	85
3.3.1. Perdas instantâneas de pré-esforço no caso do pré-esforço por pré-tensão	86
3.3.2. Perdas instantâneas de pré-esforço no caso do pré-esforço por pós-tensão	88

3.3.3.	Perdas diferidas	98
3.3.4.	Alongamento dos cabos de pré-esforço	102
3.4.	Cargas equivalentes	103
3.4.1.	Cálculo simplificado de cargas equivalentes	105
3.4.2.	Aplicação de cargas equivalentes	106
3.5.	Traçado dos cabos	109
4.	Estados limites de utilização (SLS)	115
4.1.	Limitação das tensões	115
4.1.1.	Limitação da tensão no betão	115
4.1.2.	Limitação da tensão no aço de pré-esforço	116
4.2.	Limitação da fendilhação	117
4.2.1.	Estado limite de formação de fendas	118
4.2.2.	Estado limite de descompressão	118
4.2.3.	Cálculo da abertura de fissuras	118
4.3.	Limitação da deformação	123
4.4.	Dimensionamento do pré-esforço considerando os estados limites de utilização	125
4.4.1.	Fase de aplicação do pré-esforço	126
4.4.2.	Fase de exploração	127
4.4.3.	Resumo das expressões para pré-dimensionamento	129
5.	Estados limites últimos (ULS)	133
5.1.	Esforços normais e de flexão	133
5.1.1.	Tração simples	135
5.1.2.	Flexão simples	137
5.1.3.	Pré-dimensionamento ou verificação aproximada em flexão	147
5.2.	Esforço transversal	149
5.2.1.	Elementos para os quais não é requerida análise detalhada ao esforço transversal	150
5.2.2.	Elementos para os quais não é requerida armadura de esforço transversal	151
5.2.3.	Elementos para os quais é requerida armadura de esforço transversal	157
5.3.	Instabilidade lateral de vigas esbeltas	160
5.4.	Zonas de amarração em pós-tensão	160
5.4.1.	Esmagamento do betão	162
5.4.2.	Tirantes	165
Anexo A.	Equações de parábolas	175
Anexo B.	Equações adimensionais para vigas retangulares e em T	183
Anexo C.	Dimensionamento de uma viga pré-esforçada	185
Referências bibliográficas		CXCVII
Normativas		CXCIX

1. Introdução

O pré-esforço pode ser definido como a aplicação de uma força controlada, a uma estrutura ou elemento estrutural, de forma a melhorar a sua resistência e/ou o seu comportamento. O pré-esforço pode ser utilizado em estruturas de betão, de aço ou de outros materiais, sendo, no entanto, mais correntemente utilizado em estruturas de betão, designando-se, então, o betão por betão pré-esforçado. A utilização do pré-esforço em estruturas de betão é regulamentada no espaço europeu pela norma europeia *EN 1992 – Eurocódigo 2. Projeto de estruturas de betão*, nas suas várias partes, e que aqui será designado genericamente por EC2.

O projeto estrutural em betão armado está em constante evolução, devido aos constantes avanços científicos e tecnológicos. A primeira geração de Eurocódigos Estruturais foi publicada pelo Comité Europeu de Normalização (CEN) entre 2002 e 2007. Os Eurocódigos encontram-se num processo de revisão que estará completo nos próximos anos. A atualização do Eurocódigo 2, embora baseada nos mesmos princípios base, pretende garantir projetos mais seguros, eficientes e sustentáveis. Neste livro foram seguidos os princípios e regras desta nova geração de Eurocódigos.

O pré-esforço considerado no EC2 é aplicado ao betão através de armaduras de aço de alta resistência (fios, varões ou cordões). Os aços utilizados nas armaduras de pré-esforço são de alta resistência, apresentam uma suscetibilidade à corrosão sob tensão relativamente baixa e possuem tensões de rotura entre os 1000 e os 2000 MPa. Ainda segundo o EC2, o termo pré-esforço é utilizado de forma global para designar o conjunto dos efeitos permanentes do processo de pré-esforço, que incluem os esforços nas secções e as deformações na estrutura. O betão pré-esforçado é um dos materiais de construção mais durável, fiável e utilizado na construção em todo o mundo. As suas aplicações são inúmeras incluindo, entre outras, edifícios, pontes, viadutos, fundações, reatores nucleares, torres de comunicações e plataformas *offshore*.

As forças de pré-esforço aplicadas às estruturas e aos elementos estruturais são permanentes mas não são constantes ao longo dos elementos, nem no tempo. Esta variação espacial e temporal do pré-esforço designa-se por **perdas** de pré-esforço. Usualmente as perdas são divididas em dois tipos: perdas instantâneas e perdas diferidas. As **perdas instantâneas** são aquelas que ocorrem no momento da aplicação da carga e podem ser devidas a várias causas, dependendo do tipo de sistema utilizado, como seja o atrito entre as armaduras e o elemento, o deslocamento dos dispositivos de amarração das armaduras, a deformação elástica do betão ou a temperatura de cura. As **perdas diferidas** são aquelas que ocorrem devido à variação no tempo das propriedades dos materiais e vão acontecendo durante a vida da obra. As causas para estas perdas são a retração e a fluência do betão e a relaxação dos aços. Na Figura 1.1, ilustra-se esquematicamente a evolução da força de pré-esforço ao longo do cabo devido às perdas instantâneas e o seu valor final devido às perdas diferidas.

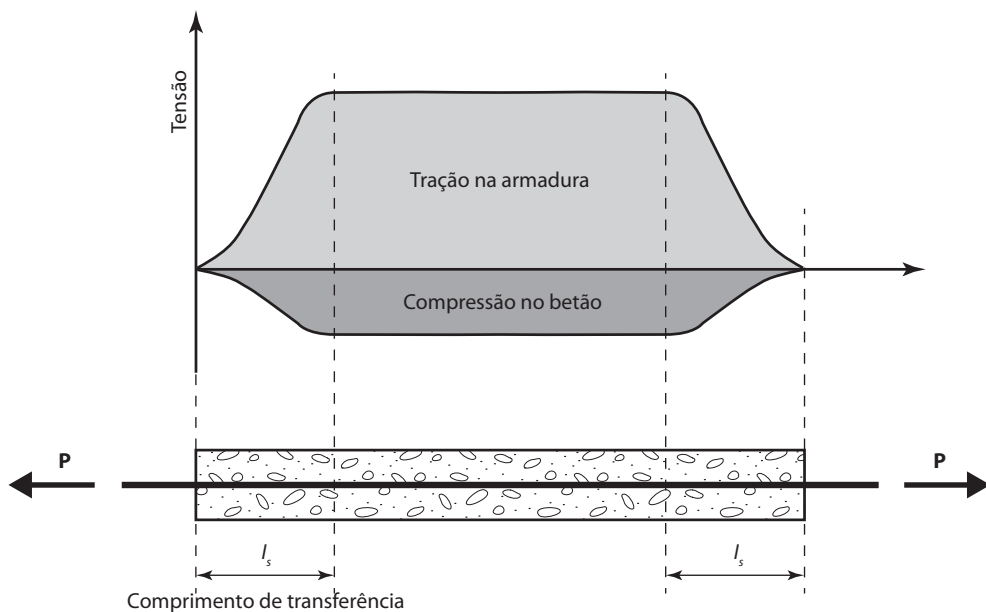


Figura 1.7. Tensões no betão e no aço.

A grande maioria dos produtos pré-tensionados são pré-fabricados e produzidos em fábrica, sendo posteriormente transportados para o local da obra. Por este motivo, a dimensão máxima das peças pré-tensionadas está limitada em termos de comprimento por razões de transporte.

Nas extremidades dos elementos pré-tensionados é, por vezes, necessário eliminar o atrito entre a armadura e o betão através da introdução de bainhas de forma a manter as tensões no betão dentro dos limites admissíveis (Figura 1.8).

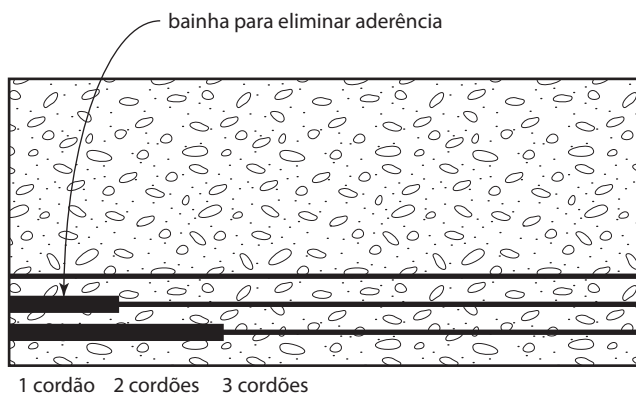


Figura 1.8. Bainhas para eliminar aderência de armaduras.

$$\sigma_{cd} = \begin{cases} f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right], & \text{for } 0 \leq \varepsilon_c < 0.002, \\ f_{cd}, & \text{for } 0.002 \leq \varepsilon_c \leq 0.0035 \end{cases} \quad (2.7)$$

2.1.4. Fluência do betão

A fluência de um material define-se como o aumento de deformação sob carga constante. Este fenómeno é importante nos elementos estruturais de betão e depende de um conjunto de fatores como sejam a humidade e temperatura ambientes, a idade do betão na altura do primeiro carregamento, as dimensões do elemento, a composição do betão, a duração ou a intensidade da carga. A fluência faz parte, junto com a retração, dos denominados efeitos diferidos do betão. Estes efeitos são propriedades reológicas cujas consequências, em geral, deverão ser consideradas nas verificações dos estados limites de utilização. Relativamente aos estados limites últimos, estes apenas deverão ser considerados quando as suas consequências forem significativas, como, por exemplo, na verificação dos efeitos da instabilidade de elementos esbeltos comprimidos. Outra situação em que os efeitos diferidos poderão necessitar de ser incluídos nas verificações em estado limite último, é quando os faseamentos construtivos implicarem alterações significativas do modelo estático.

O efeito da fluência num elemento de betão está ilustrado na Figura 2.5. Na figura, um elemento é carregado no instante t_0 , sofrendo uma deformação instantânea, ε_{ci} . Se a carga permanecer a atuar no elemento até ao instante t , observa-se que a deformação continua a aumentar, atingindo uma deformação final, ε_{ct} . A este aumento de deformação, igual a $\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{ci}$, dá-se o nome de deformação de fluência, ε_{cc} . Na formulação apresentada pelo EC2 para a determinação das extensões devidas à fluência do betão admite-se a existência de proporcionalidade entre as extensões e as tensões aplicadas. Admite-se também como válido o princípio da sobreposição dos efeitos para tensões aplicadas em instantes diferentes, através do qual é possível calcular as extensões de fluência sob tensão variável no tempo. Esta hipótese só é válida se os níveis de tensão aplicados no betão forem relativamente baixos (o EC2 considera tensões inferiores a $0,45f_{ck}$ para as combinações quase permanentes).

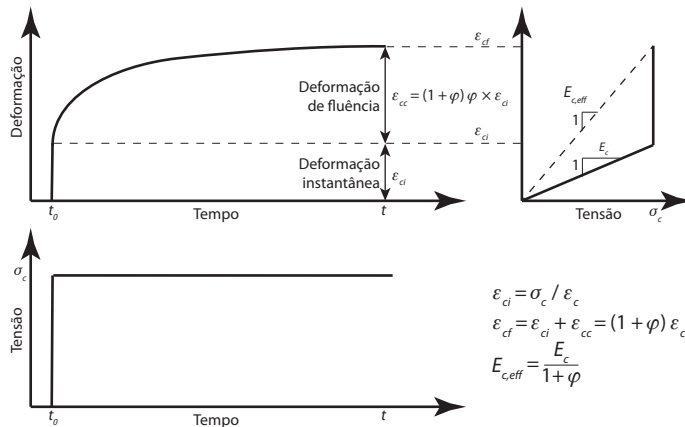


Figura 2.5. Relação tempo-deformação-tensão provocada pela fluência.

aços de pré-esforço encontram-se, na sua maioria, especificadas na norma europeia EN 10138, considerando o EC2 que, se os aços cumprirem as características desta norma ou sejam objeto de uma Aprovação Técnica Europeia, podem ser utilizados como aços de pré-esforço. A norma estabelece três tipos de armaduras de pré-esforço:

- fio (*cold drawn wire*), de secção maciça, liso, marcado ou indentado, obtido por estiragem ou trefilagem a frio de fio de aço de alto teor de carbono laminado a quente, posteriormente submetido a um tratamento termomecânico de estabilização, fornecido, em geral, em rolos de grande diâmetro; o diâmetro dos fios varia entre os 3 e os 10 mm; a superfície dos fios pode ser lisa ou indentada (ver Figura 2.10);
- varão (*hot-rolled bar*), fabricado em comprimentos retos por laminagem a quente; pode ser processado, isto é, tratado após laminagem a quente por um processo de arrefecimento acelerado, de estiragem a frio ou de têmpera adicional, ou pela combinação de mais de um dos processos referidos; o diâmetro dos varões varia entre os 15 e os 50 mm; a superfície dos varões pode ser lisa ou rugosa;
- cordão (*strand*), formados por um determinado número de fios lisos (3 ou 7) enrolados helicoidalmente com um determinado passo, posteriormente submetido a um tratamento termomecânico de estabilização; o diâmetro nominal (ver Figura 2.11) dos cordões varia entre os 5,2 e os 7,5 mm para cordões de 3 fios e entre os 6,85 e os 18,0 mm para cordões de 7 fios.

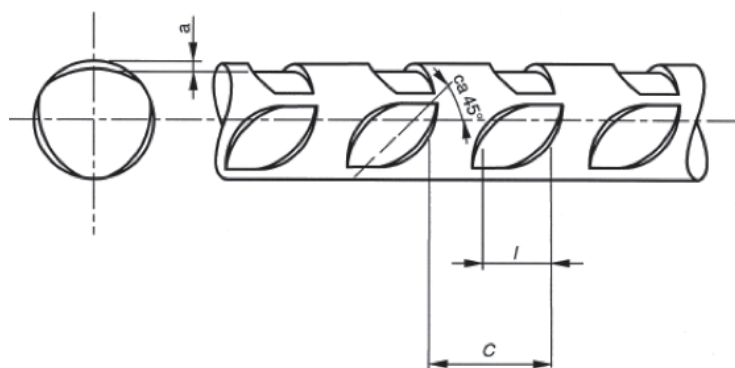


Figura 2.10. Fios de pré-esforço indentados.

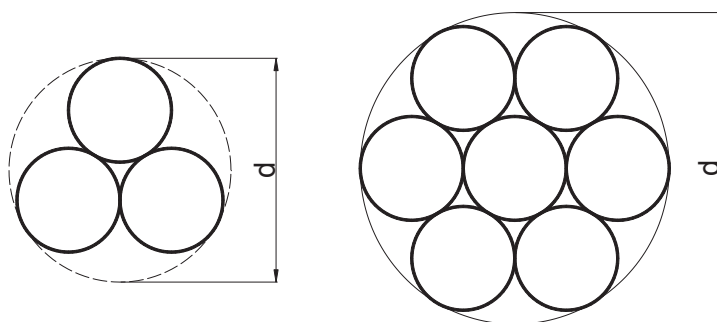


Figura 2.11. Definição de diâmetro nominal para cordões de pré-esforço.

utilização de $\gamma_{\Delta P, sup} = 1,2$ e $\gamma_{\Delta P, inf} = 0,8$. Efetuando-se uma análise linear considerando as secções não fendilhadas, poderá admitir-se um limite inferior das deformações, recomendando o EC2 neste caso os valores $\gamma_{\Delta P, sup} = \gamma_{\Delta P, inf} = 1,0$.

3.2. Efeitos do pré-esforço em serviço

O efeito do pré-esforço numa secção de betão é calculado considerando o comportamento linear elástico para os materiais e a secção sujeita a flexão composta. Considere-se uma secção de betão sujeita a um momento M (esforço interior devido às ações exteriores) e a uma força de pré-esforço P . Os esforços devidos ao pré-esforço são um esforço axial de compressão, de valor P , e a um momento fletor, de valor Pe_p . É, em geral, vantajoso separar os efeitos do pré-esforço do efeito das restantes ações de forma a seguir melhor o comportamento do pré-esforço e a alterá-lo se necessário. A expressão genérica para o cálculo das tensões no betão é dada pela equação (3.3) usando as convenções da Figura 3.3.

$$\sigma_c = -\frac{P}{A} + \frac{M - Pe_p}{I}z \quad (3.3)$$

em que:

- A área da secção de betão (considerando as armaduras existentes);
- I inércia da secção de betão (considerando as armaduras existentes);
- z localização da fibra na qual se pretendem calcular a tensão;
- e_p excentricidade do cabo de pré-esforço.

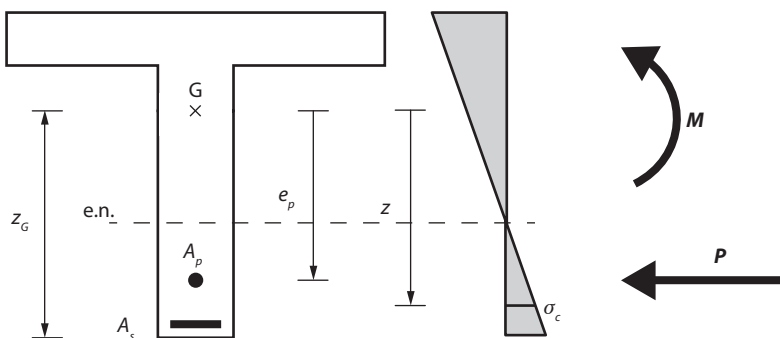


Figura 3.3. Sentidos positivos para cálculo de tensões.

A tensão nas armaduras ordinárias é, em geral, pequena enquanto a secção não se encontra fendilhada e pode ser calculada multiplicando a tensão no betão ao nível da armadura, σ_c^s , pelo coeficiente de homogeneização $\alpha_{E,s} = E_s / E_c$:

$$\sigma_s = \alpha_{E,s} \sigma_c^s \quad (3.4)$$

Conjugando as duas equações anteriores:

$$\frac{dP}{P} = -\mu d\theta \quad (3.40)$$

que, integrando entre a origem e o ponto de abscissa x , conduz a:

$$\int_{P_0}^{P(x)} \frac{dP}{P} = - \int_0^{\theta} \mu d\theta \Leftrightarrow \ln\left(\frac{P(x)}{P_0}\right) = -\mu \theta \Leftrightarrow P(x) = P_0 \exp(-\mu\theta) \quad (3.41)$$

com $P_0 = P(x=0)$. Na expressão, o ângulo θ representa a soma de todos os ângulos de desvio entre o ponto de aplicação do pré-esforço e a secção onde se pretendem calcular as perdas. É necessário ter em consideração que o traçado dos cabos não é perfeitamente retilíneo, existindo pequenos desvios angulares, denominados desvios angulares parasitas, que provocam atrito entre os cordões e as bainhas, mesmo quando os cabos têm traçado retilíneo. Na expressão das perdas é, por esse motivo, necessário incluir o desvio angular parasita por unidade de comprimento, k . As perdas na força de pré-esforço devidas ao atrito, ΔP_μ , podem, assim, ser quantificadas a partir da expressão:

$$\Delta P_\mu = P_{\max} (1 - \exp(-\mu(\theta(x) + kx))) \quad (3.42)$$

em que:

- $\theta(x)$ soma dos desvios angulares ao longo de um comprimento x (independentemente da sua direção ou do seu sinal);
- μ coeficiente de atrito entre a armadura de pré-esforço e a sua bainha;
- k desvio angular parasita para as armaduras interiores (por unidade de comprimento);
- x distância ao longo da armadura a partir do ponto em que a força de pré-esforço é igual a $P_{\max}$ (força na extremidade ativa durante a aplicação do pré-esforço).

As variações do ângulo θ representam a soma, em valor absoluto, de todas as variações angulares até à secção em causa conforme ilustrado na Figura 3.7.

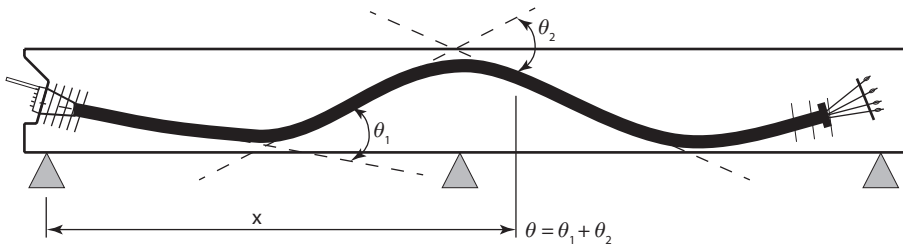


Figura 3.7. Definição da variação angular θ .

A equação (3.31) pode ser reescrita como:

$$\Delta P_\mu = P_{\max} (1 - \exp(-K_\mu x)) \quad (3.43)$$

$$\Delta P_\mu = P_{\max} (1 - \exp(-\mu(\theta' + k)x)) \quad (3.44)$$

Os momentos hiperestáticos, caso seja necessário calcular, obtêm-se por diferença entre o momento total e o momento isostático ($M_{hip} = M_{tot} - M_{pe}$). As cargas equivalentes dependem apenas da força de pré-esforço e da geometria do cabo, sendo por esse motivo independentes do sistema estrutural.

Para calcular as cargas equivalentes considere-se um elemento de cabo de comprimento infinitesimal ds (ver Figura 3.13). Sobre ele atuam as forças de pré-esforço $P(x)$ e $P(x)+dP(x)$, as forças de desvio $q(x)$ e as forças de atrito $\mu q(x)$, nas quais μ representa o coeficiente de atrito. As equações de equilíbrio, segundo a direção normal, n , e a direção tangencial, t , podem ser escritas como:

$$\begin{cases} q(x)ds - Pd\theta = 0 \\ dP + \mu q(x)ds = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q(x) = \frac{d\theta}{ds} P(x) \\ \frac{dP}{P} = -\mu d\theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q(x) = \frac{P(x)}{r(x)} \\ P(x) = P_0 \exp(-\mu\theta(x)) \end{cases} \quad (3.68)$$

com

$r(x)$ raio de curvatura;

$q(x)$ ângulo de desvio;

P_0 pré-esforço na origem (ordenada $\theta = 0$ do referencial utilizado).

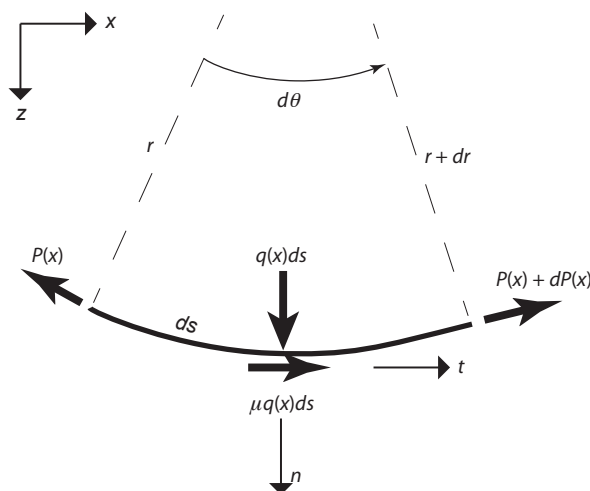


Figura 3.13. Forças atuantes num elemento de cabo.

O raio de curvatura pode ser obtido através de:

$$r(x) = \frac{ds}{d\theta} = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''} \quad (3.69)$$

A força de pré-esforço ao longo do cabo pode ser obtida a partir das expressões das seções anteriores, considerando os diferentes tipos de perdas. Por seu lado, o raio de curvatura depende da geometria do cabo e pode variar de ponto para ponto. A utilização da expressão (3.70) pode ser complicada, mas, no entanto, tendo em consideração a geometria usual dos cabos de pré-esforço, esta pode ser simplificada.

- b) a extensão nas armaduras aderentes, em tração ou em compressão, é a mesma da do betão que as envolve;
- c) a resistência do betão à tração é ignorada;
- d) as tensões no betão comprimido e nas armaduras para betão armado ou pré-esforçado são obtidas do diagrama tensões-extensões de cálculo.

O domínio admissível de distribuições de extensões é o representado na Figura 5.2. A extensão de compressão no betão deve ser limitada a ε_{cu2} (ver Figura 2.4), conforme o diagrama tensões-extensões utilizado, enquanto as extensões no aço para betão armado e no aço de pré-esforço devem ser limitadas a ε_{ud} , caso este valor se encontre definido. Com base no diagrama da Figura 5.2, é possível determinar quais as tensões a que os materiais se encontram submetidos e consequentes forças internas.

Para o dimensionamento de secções de betão pré-esforçado é necessário garantir o equilíbrio entre as forças interiores na secção e os esforços exteriores atuantes. No caso geral em que existe esforço axial e momento fletor, as equações de equilíbrio que é necessário satisfazer ao nível do equilíbrio interno da secção podem ser escritas, de forma genérica, como:

$$z' = \begin{cases} M_{Rd} = \sum(\text{momento das forças interiores}) \\ M_{Rd} = \sum(\text{forças interiores}) \end{cases} \quad (5.1)$$

O sistema de equações apresentado é não linear sendo, por vezes, necessário recorrer a métodos numéricos iterativos para a sua resolução. Nos casos de secções com geometria mais simples (secções retangulares, em T, ou similares), é possível resolver o sistema de equações de forma analítica.

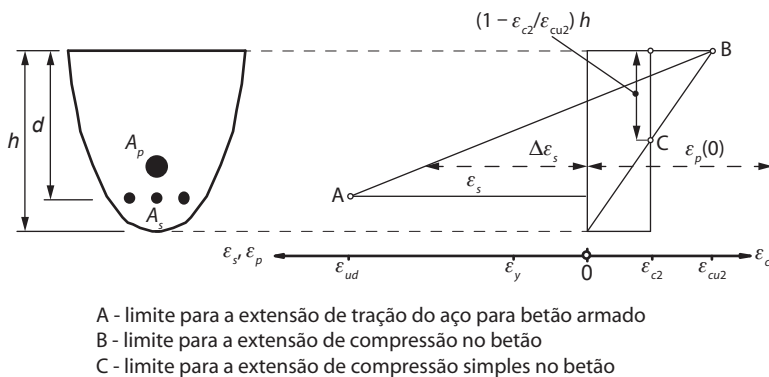


Figura 5.2. Distribuições de extensões admissíveis no estado limite último

Nas estruturas de betão pré-esforçado, a resistência ao ULS de esforços normais e de flexão é, usualmente, assegurada com a utilização conjunta de armaduras ordinárias e de armaduras de pré-esforço. Isto acontece porque, ao contrário do dimensionamento das estruturas de betão armado, em que, em geral, se procede primeiro ao cálculo da armadura necessária para o ULS e, posteriormente, se verificam os SLS, no caso das estruturas pré-esforçadas, o procedimento é, em geral, o oposto. Assim, a forma usual de dimensionamento de elementos pré-esforçados consiste na determinação da força de pré-esforço de forma a satisfazer os SLS, realizando-se, posteriormente, uma

$$\tau_{Rd} = \min \left(v f_{cd} \frac{(\cot \theta + \cot \beta_{incl})}{1 + \cot^2 \theta} + \rho_w f_{ywd} \cot \beta_{incl}; v f_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \right) \quad (5.45)$$

A resistência ao esforço transversal pode ser otimizada variando o valor de $\cot \theta$. O EC2 permite que, para elementos sujeitos predominantemente a ações uniformemente distribuídas, não se verifique o valor de cálculo do esforço transversal a uma distância inferior a d da face do apoio, devendo, neste caso, qualquer armadura de esforço transversal necessária prolongar-se até ao apoio. Para além disso, deverá verificar-se que o esforço transversal no apoio não excede $V_{Rd,max}$.

Exemplo 5.8. Armadura de esforço transversal em viga T

Considere-se uma viga em T com 22,0 m de vão, simplesmente apoiada, com 1,0 m de altura. O banzo tem uma largura de 1,4 m e uma espessura de 0,2 m. A alma tem uma espessura de 0,3. O betão é da classe C40/50. O esforço transversal de cálculo é $V_{Ed} = 333,6$ kN. A força de pré-esforço é de $P = 1700$ kN. A bainha de pré-esforço é metálica, injetada e tem um diâmetro de 0,1 m. A altura útil da secção é $d = 0,94$ m. Dimensione a viga ao esforço transversal. Aço A 500 NR SD.

Largura nominal da alma, $b_{w,nom} = 0,3 - 0,5 \times 0,1 = 0,25$ m

$$\sigma_{cp} = 1,7 / 0,52 = 3,27 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = 40 / 1,5 = 26,7 \text{ MPa} \Rightarrow \sigma_{cp} / f_{cd} = 0,122$$

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa}$$

$\cot \theta = 2,5$ (apesar de $\sigma_{cp} > 3$ MPa e não se tendo efetuado a verificação para a profundidade do eixo neutro, admitiu-se o valor máximo sem esforço de compressão)

$$\tau_{Ed} = \frac{333,6}{0,25 (0,9 \times 0,94)} = 1577 \text{ kPa}$$

$$v = 0,5$$

$$\sigma_{cd} = \tau_{Ed} \frac{(1 + \cot^2 \theta)}{\cot \theta + \cot \alpha_w} \geq \tau_{Rd} = v f_{cd}$$

$$\sigma_{cd} = 1577 \frac{1 + 2,5^2}{2,5 + 0} = 4573 \text{ kPa} \leq 0,5 \times 26700 = 13350 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{cd} < \sigma_{Rd} \text{ (OK)}$$

$$\tau_{Ed} \leq \tau_{Rd,sy} = \rho_w f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha_w) \sin \alpha_w$$

$$\begin{aligned} \rho_w = \frac{A_{sw}}{sb_w} &\geq \frac{\tau_{Ed}}{f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha_w) \sin \alpha_w} \\ &= \frac{1577}{43500 \times (2,5 + 0) \times 1,0} = 0,001450 \end{aligned}$$

$$\frac{A_{sw}}{sb_w} = 0,001450 \times 0,25 = 3,63 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{est. } \phi 8 / 0,25 \text{ (2 ramos)} = 4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Tabela 5.3. Resultante fora do terço central.

Diagrama de uma viga retangular de largura b e altura $2c$. Uma carga P atua no topo, deslocada uma distância a da borda esquerda. O eixo neutro está a uma distância z da base. A distância da borda esquerda ao eixo neutro é c, e a distância da carga ao eixo neutro é e. A largura da seção no topo é $b/2$. O diagrama mostra a distribuição elástica de tensões (triângulo) e a distribuição idealizada de tensões (retângulo). O bloco de tensões local é indicado no topo da seção. A resultante F é mostrada no topo da seção. A base da seção tem uma largura b e uma altura $2c$. A distância da borda esquerda ao eixo neutro é $b/3$, e a distância da carga ao eixo neutro é $b/6$.	$c < \frac{b}{3}$ $F = \frac{(e - b/6)}{z} P$ Para $z = b$ $F = \left(\frac{e}{b} - \frac{1}{6} \right) P$ No bloco local: $F_L = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{0,5a}{c} \right) P$
--	--

Tabela 5.4. Duas forças atuando próximas.

Diagrama de uma viga retangular de largura b e altura b. Duas cargas P atuam no topo, deslocadas uma distância L uma da outra. O eixo neutro está a uma distância z da base. A largura da seção no topo é $b/2$. O diagrama mostra a distribuição elástica de tensões (triângulo) e a distribuição idealizada de tensões (retângulo). O bloco de tensões local, T_L, é indicado no topo da seção. O bloco de tensões global, T, é indicado na base da seção. A resultante F é mostrada no topo da seção. A base da seção tem uma largura b e uma altura b. A distância da borda esquerda ao eixo neutro é $b/2$.	$L \leq \frac{b}{2}$ $F = \frac{1}{2} \frac{1}{z} \left(\frac{b}{2} - L \right) P$ Para $z = b/2$ $F = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2L}{b} \right) P$ No bloco local: $F_L = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{0,5a}{c} \right) P$
---	---

Anexo A – Equações de parábolas

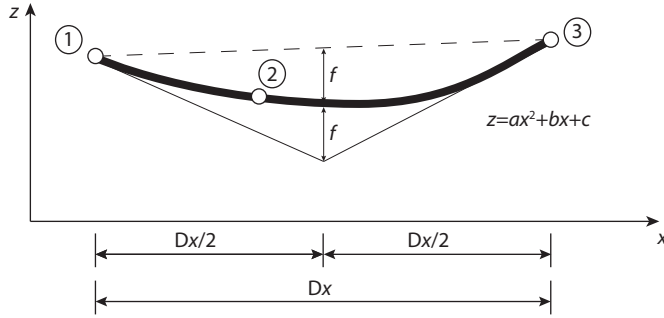


Figura A.1.

O objetivo é determinar os coeficientes a , b e c da expressão:

$$z = ax^2 + bx + c \quad (\text{A.1})$$

com derivada:

$$z' = 2ax + b \quad (\text{A.2})$$

A flecha, calculada no ponto médio dos extremos é dada por

$$t = \infty \quad (\text{A.3})$$

A.1. Parábola que passa por três pontos

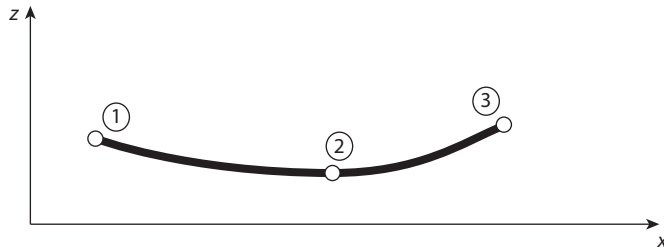


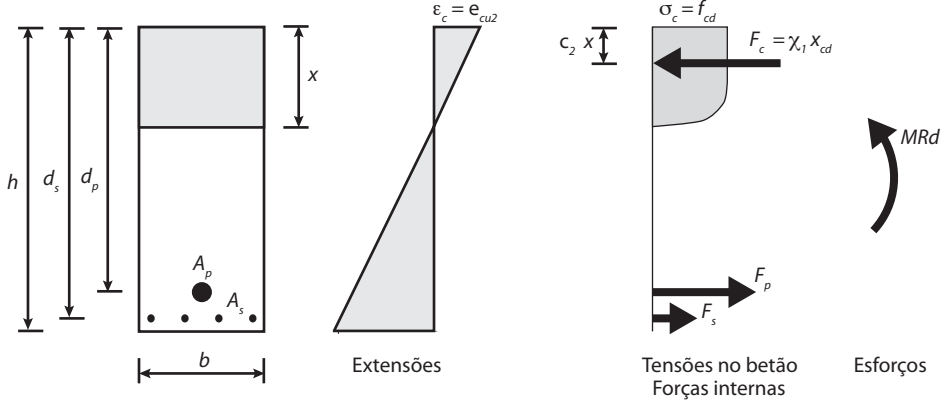
Figura A.2.

Dados: $(x_1, z_1); (x_2, z_2); (x_3, z_3)$

Equação geral:

$$L_i(x) = z_k \prod_{k \neq i} \frac{(x - x_k)}{(x_i - x_k)} = \frac{z_k}{\prod_{k \neq i} (x_i - x_k)} \prod_{k \neq i} (x - x_k) = A_i \prod_{k \neq i} (x - x_k) \quad (\text{A.4})$$

Anexo B – Equações adimensionais para vigas retangulares e em T



$$\mu = \frac{M_{Rd}}{bd_s^2 f_{cd}}; \omega_p = \frac{A_p f_{pd}}{bd_s f_{cd}}; \omega_s = \frac{A_s f_{yd}}{bd_s f_{cd}}; \alpha = \frac{x}{d_s}$$

Definições:

$$\begin{cases} \frac{M_{Rd}}{bd_s^2 f_{cd}} = \frac{A_p f_{pd} (d_p - \chi_2 x)}{bd_s^2 f_{cd}} + \frac{A_s f_{yd} (d_s - \chi_2 x)}{bd_s^2 f_{cd}} \\ \chi_1 \frac{x}{d_s} = \frac{A_p f_{pd}}{bd_s f_{cd}} + \frac{A_s f_{yd}}{bd_s f_{cd}} \\ \mu = \omega_p \left(\frac{d_p}{d_s} - \chi_2 \alpha \right) + \omega_s (1 - \chi_2 \alpha) \\ \chi_1 \alpha = \omega_p + \omega_s \end{cases} \quad (B.1)$$

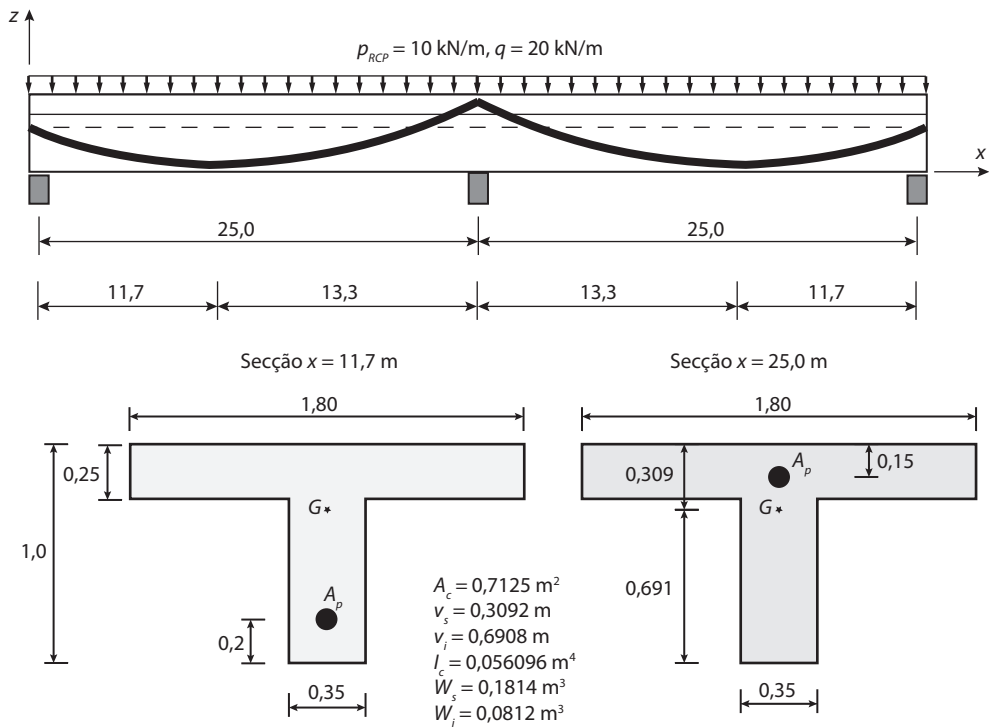
$$\begin{cases} \alpha = (\omega_p + \omega_s) / \chi_1 \\ \mu = \omega_p \left(k_p - \frac{\chi_2}{\chi_1} (\omega_p + \omega_s) \right) + \omega_s \left(k_p - \frac{\chi_2}{\chi_1} (\omega_p + \omega_s) \right) \end{cases} \quad (B.2)$$

$$\begin{aligned} \mu &= \omega_p \left(k_p - \frac{\chi_2}{\chi_1} (\omega_p + \omega_s) \right) + \omega_s \left(1 - \frac{\chi_2}{\chi_1} (\omega_p + \omega_s) \right) \\ \mu &= \omega_p k_p - \frac{\chi_2}{\chi_1} \omega_p^2 - \frac{\chi_2}{\chi_1} \omega_p \omega_s + \omega_s - \frac{\chi_2}{\chi_1} \omega_s^2 - \frac{\chi_2}{\chi_1} \omega_p \omega_s \\ \frac{\chi_2}{\chi_1} \omega_s^2 + \left(2 \frac{\chi_2}{\chi_1} \omega_p - 1 \right) \omega_s + \left(\mu - \omega_p \frac{d_p}{d_s} + \frac{\chi_2}{\chi_1} \omega_p^2 \right) &= 0 \end{aligned} \quad (B.3)$$

A resolução da equação (B.3) no caso de se utilizar o diagrama retangular (ou seja com $\chi_2/\chi_1 = 0,5$) resulta na seguinte solução:

Anexo C – Dimensionamento de uma viga pré-esforçada

Considere a viga com dois tramos de 25,0 m indicada na figura abaixo. A viga está submetida, para além do peso próprio, a cargas permanentes de valor 10 kN/m e uma sobrecarga de 20 kN/m ($\psi_0=0,6$; $\psi_1=0,4$; $\psi_2=0,2$). Utilizaram-se dois cabos de pré-esforço, de traçado parabólico, que nas extremidades estão coincidentes com o centro de gravidade da secção e sobre o apoio intermédio distam 15 cm da face superior da viga (ver figura). Cada cabo é composto por 24 cordões. Os materiais utilizados são betão C40/50, aço de pré-esforço Y1860 S7 15.2 e armaduras ordinárias de aço A500NR SD. Na aplicação do pré-esforço, para além do peso próprio, são mobilizadas 40% das restantes cargas permanentes e o betão tem as propriedades dum C30/37. Classe de exposição XC1.



Propriedades dos materiais:

Betão C40/50

$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$

$f_{cm} = 48 \text{ MPa}$

$f_{cd} = 26,7 \text{ MPa}$

$E_{cm} = 35 \text{ GPa}$

$f_{ctm} = 3,5 \text{ MPa}$

$f_{ctk0,05} = 2,5 \text{ MPa}$

Betão C30/37

$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

$f_{cm} = 38 \text{ MPa}$

$f_{cd} = 20 \text{ MPa}$

$E_{cm} = 33 \text{ GPa}$

$f_{ctm} = 2,9 \text{ MPa}$

$f_{ctk0,05} = 2,0 \text{ MPa}$

Aço Y1860 S7 15.2

$f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$

$f_{p0,1k} = 1600 \text{ MPa}$

$f_{pd} = 1390 \text{ MPa}$

$E_s = 195 \text{ GPa}$

$A_{p1} = 1,40 \text{ cm}^2/\text{cordão}$

Aço A500 NR SD

$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

$f_{yd} = 435 \text{ MPa}$

$E_s = 200 \text{ GPa}$



PRÉ-FABRICADO LIGEIRO

PRÉ-FABRICADO PESADO

INDÚSTRIA





HABITAÇÃO MULTIFAMILIAR



HABITAÇÃO UNIFAMILIAR



HABITAÇÃO INDUSTRIALIZADA



SPRAL®

SPRAL - Sociedade de Pré-esforçados de Aveiro, Lda.

www.spral.pt

tel: 234 329 450

email: comercial@spral.pt

Paulo Cachim

Estruturas de Betão Pré-esforço

SOBRE O LIVRO

O livro apresenta as bases de dimensionamento de estruturas de betão pré-esforçado de acordo com o Eurocódigo 2 e pretende abranger todas as fases essenciais do dimensionamento de estruturas pré-esforçadas, da sua conceção até ao seu dimensionamento. Os Eurocódigos, que uniformizaram a regulamentação de estruturas no espaço Europeu, estão em processo de revisão, prevendo-se que o processo esteja concluído a curto prazo. Esta edição do livro procura já incorporar as alterações que estas versões virão a introduzir no dimensionamento de estruturas de betão pré-esforçado. O livro é composto por cinco capítulos, começando por apresentar, de forma genérica, os efeitos e os tipos de pré-esforço em estruturas de betão. O capítulo seguinte apresenta as propriedades dos materiais betão e aço, bem como a sua interação, incluindo questões relacionadas com a durabilidade e amarração de varões. O terceiro capítulo aborda o cálculo dos efeitos do pré-esforço em serviço, o cálculo das perdas de pré-esforço e a utilização de cargas equivalentes. O capítulo quatro apresenta o dimensionamento de elementos de betão pré-esforçado para os estados limites de utilização (limitação de tensões, fendilhação e deformação), que são fundamentais no dimensionamento do pré-esforço e contribuem para uma construção mais durável e sustentável. Por fim, o quinto capítulo apresenta as regras de dimensionamento em estado limite último de elementos pré-esforçados para os esforços axiais e de flexão, para o esforço transversal e para zonas de amarração dos cabos. O livro Estruturas de Betão – Pré-esforço é, assim, fundamental para todos os que pretendem aprender a dimensionar estruturas de betão pré-esforçadas e um elemento de consulta importante para todos os projetistas.

SOBRE O AUTOR

Nasceu em Ilhavo em 1968. Licenciou-se em Engenharia Civil em 1991 na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Realizou provas de Mestrado em Estruturas dois anos mais tarde, em 1993, tendo concluído o Doutoramento em Engenharia Civil no ano de 2000, também na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Realizou as provas de agregação em Engenharia Civil na Universidade de Aveiro em 2014. Recebeu o Prémio Engº António de Almeida em 1991, que distingue os alunos que concluíram a sua licenciatura com a classificação mais elevada.

Desde 1997 é docente no Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro, onde atualmente é Professor Associado com Agregação e leciona disciplinas na área das estruturas, como Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado e Construção em Madeira. Entre outros cargos, foi Diretor de Departamento, Coordenador de Unidade de Investigação e Diretor do Programa Doutoral. Desenvolve investigação na área dos materiais estruturais, designadamente em madeira e betão. É membro Sênior e Especialista em Estruturas pela Ordem dos Engenheiros. Pertence à CT 115 - Eurocódigos estruturais. É autor e coautor de diversos livros e de artigos científicos publicados em revistas científicas internacionais bem como de várias comunicações e apresentações em congressos da especialidade. É considerado, desde 2020, como World's Top 2% Scientists, by Stanford University, Career Long and Single Year, na área do Ambiente Construído (Building Environment & Design).

Também disponível em formato e-book



ISBN: 978-989-917-780-2



9 789899 177802

www.engebook.pt

Apoio



engebook