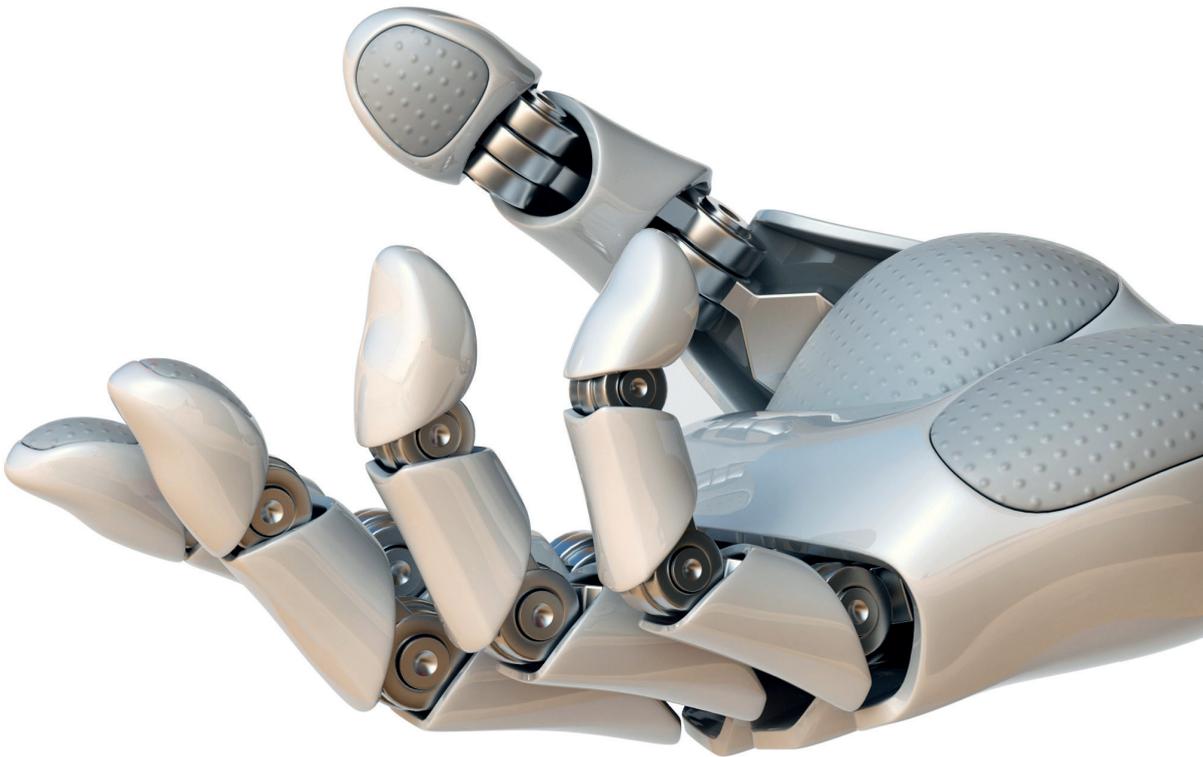


DA DINÂMICA DE SISTEMAS MULTICORPO

FILIPPE MARQUES

PAULO FLORES



AUTORES

Filipe Marques, Paulo Flores

TÍTULO

DA DINÂMICA DE SISTEMAS MULTICORPO

EDIÇÃO

Quântica Editora – Conteúdos Especializados, Lda.

Praça da Corujeira n.º 38 · 4300-144 PORTO

Tel. 220 939 053 · E-mail: geral@quanticaeditora.pt · www.quanticaeditora.pt

CHANCELA

Engebook – Conteúdos de Engenharia

DISTRIBUIÇÃO

Booki – Conteúdos Especializados

Tel. 220 104 872 · E-mail: info@booki.pt · www.booki.pt

REVISÃO

Quântica Editora – Conteúdos Especializados, Lda.

DESIGN

Delineatura – Design de Comunicação · www.delineatura.pt

IMPRESSÃO

Dezembro, 2021

DEPÓSITO LEGAL

489604/21



A cópia ilegal viola os direitos dos autores.

Os prejudicados somos todos nós.

Copyright © 2021 | Todos os direitos reservados a Quântica Editora – Conteúdos Especializados, Lda.

A reprodução desta obra, no todo ou em parte, por fotocópia ou qualquer outro meio, seja eletrónico, mecânico ou outros, sem prévia autorização escrita do Editor e do Autor, é ilícita e passível de procedimento judicial contra o infrator.

Este livro encontra-se em conformidade com o novo Acordo Ortográfico de 1990, respeitando as suas indicações genéricas e assumindo algumas opções específicas.

CDU

621 Engenharia mecânica em geral

ISBN

Papel: 9789899017795

E-book: 9789899017801

Catálogo da publicação

Família: Engenharia Mecânica

Subfamília: Outros

ÍNDICE

DEDICATÓRIA / <i>DEDICATION</i>	IX
AGRADECIMENTOS / <i>ACKNOWLEDGEMENTS</i>	XI
PRELÚDIO / <i>PRELUDE</i>	XIII
EXÓRDIO	XVII
ÂMBITO	XIX
ORGANIZAÇÃO.....	XXI
CAPÍTULO 1. DA INTRODUÇÃO.....	23
CAPÍTULO 2. DA MECÂNICA CLÁSSICA.....	31
2.1. ANTELÓQUIO	33
2.2. DISCIPLINAS DA MECÂNICA CLÁSSICA	37
2.3. FORMULAÇÕES DA MECÂNICA CLÁSSICA	44
2.4. TRANSFORMAÇÃO DE LEGENDRE	50
CAPÍTULO 3. DA ANÁLISE DE SISTEMAS MECÂNICOS.....	55
3.1. ANTELÓQUIO	57
3.2. MOVIMENTO CURVILÍNEO	59
3.3. ANÁLISE CINEMÁTICA	67
3.4. ANÁLISE DINÂMICA	74
CAPÍTULO 4. DAS LEIS DE NEWTON	81
4.1. ANTELÓQUIO	83
4.2. LEI I – LEI DA INÉRCIA.....	86
4.3. LEI II – LEI FUNDAMENTAL DA DINÂMICA	90
4.4. LEI III – LEI DA AÇÃO E REAÇÃO	93

CAPÍTULO 5. DA FORMULAÇÃO DE LAGRANGE	97
5.1. ANTELÓQUIO	99
5.2. DESLOCAMENTOS E TRABALHOS VIRTUAIS	103
5.3. PRINCÍPIO DE D'ALEMBERT	106
5.4. EQUAÇÕES DO MOVIMENTO DE LAGRANGE	109
CAPÍTULO 6. DAS EQUAÇÕES DE NEWTON-EULER	115
6.1. ANTELÓQUIO	117
6.2. EQUAÇÕES DO MOVIMENTO	124
6.3. CONSTRANGIMENTOS	128
6.4. RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO	131
CAPÍTULO 7. DAS EQUAÇÕES DE LAGRANGE.....	139
7.1. ANTELÓQUIO.....	141
7.2. CONSERVAÇÃO DA ENERGIA	148
7.3. EQUAÇÕES DO MOVIMENTO	152
7.4. RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO.....	159
CAPÍTULO 8. DO IMPACTO.....	167
8.1. ANTELÓQUIO	169
8.2. MODELAÇÃO DO IMPACTO	174
8.3. LEI DE IMPACTO DE NEWTON	180
8.4. IMPACTO E EQUAÇÕES DO MOVIMENTO	185
REFERÊNCIAS.....	CXCI
ÍNDICE DE FIGURAS.....	CXCIII

movimento, que é normalmente usado ao invés do tempo verdadeiro, como, por exemplo, uma hora, um mês ou um ano" [2].

É, desde já, oportuno abordar o conceito de sistema multicorpo ou sistema de corpos múltiplos, bem como alguns campos de aplicação. Assim, de uma forma simples e inclusiva, um sistema multicorpo pode ser definido como um conjunto de corpos rígidos e/ou flexíveis, constrangidos por juntas cinemáticas, atuados por forças e/ou momentos, e que descrevem deslocamentos lineares e angulares de grande amplitude. As juntas cinemáticas dos sistemas multicorpo promovem a interligação entre os corpos, restringindo alguns dos seus movimentos relativos. As forças e os momentos, que são aplicados ao sistema, podem resultar da ação de molas, de amortecedores e de atuadores, ou ainda de um conjunto de ações externas, como, por exemplo, a força gravítica, as forças relativas ao contacto entre os corpos e as forças que resultam da interação do sistema com o meio envolvente. Na figura 1.1. ilustra-se uma representação genérica e abstrata de um sistema multicorpo bidimensional.

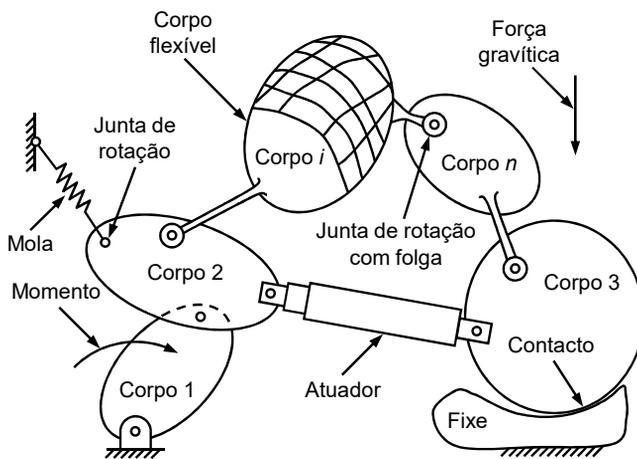


Figura 1.1. Representação genérica e abstrata de um sistema multicorpo.

As metodologias de sistemas multicorpo permitem, de uma forma elegante e eficiente, modelar, simular, analisar e otimizar problemas relacionados com a dinâmica de sistemas mecânicos nos mais diversos contextos, tais como, por exemplo, máquinas e mecanismos, robôs e manipuladores, veículos e sistemas de veículos, sistemas biomecânicos, reconstituição de acidentes rodoviários, etc. Na figura 1.2. concretizam-se alguns destes exemplos de aplicação, em que se faz uso extensivo da dinâmica de sistemas multicorpo.

pelo músculo bíceps⁶ para que o sistema biomecânico se mantenha naquele estado. Atendendo a que o modelo está em equilíbrio estático, isto é, não existe nenhuma força desbalanceada, pode concluir-se que não há aceleração no sistema. Assim, pode facilmente observar-se que o equilíbrio de forças e de momentos é efetivo, pelo que é possível escrever a seguinte equação de equilíbrio de momentos em relação à articulação do cotovelo

$$\sum \tau_A = 0 \Rightarrow f_m \times 3 - 15 \times 24 = 0 \Rightarrow f_m = 120 \text{ N.}$$

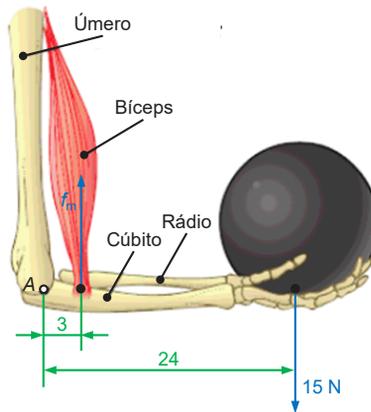


Figura 2.4. Braço humano em situação de equilíbrio estático.

O francês André-Marie Ampère (1775-1836) foi quem primeiramente se referiu à cinemática⁷ descrevendo-a como a ciência que abrange os diversos tipos de movimento independentemente das forças que os produzem. De facto, Ampère reconheceu a possibilidade de estudar o movimento de sistemas mecânicos, sem ter em linha de conta as forças que lhe dão origem. Na verdade, a cinemática visa estudar a posição, a velocidade e a aceleração dos corpos, ao longo do tempo, constituindo um pilar bastante útil na análise e síntese de mecanismos, bem como no estudo dinâmico de sistemas mecânicos, em particular no que concerne à dinâmica inversa.

⁶ Bíceps é o músculo responsável pela flexão na articulação do cotovelo, permitindo a elevação da mão em direção ao rosto.

⁷ A palavra cinemática é de origem grega e significa algo relativo a movimento.

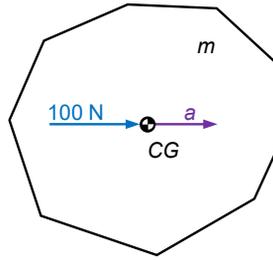


Figura 2.6. Dinâmica direta de um corpo isolado sujeito a uma força aplicada de 100 N que atua no seu centro de gravidade.

Por seu lado, a análise dinâmica inversa diz respeito à determinação das ações que dão origem a um determinado movimento. A figura 2.7. refere-se ao problema do cálculo das reações articulares que atuam na anca de uma coxa do corpo humano, uma vez conhecido o seu movimento, isto é, as acelerações lineares e angular do centro de gravidade, assim como as ações atuantes na articulação do joelho. Deste modo, tratando-se de um problema de dinâmica inversa vem que

$$\sum f_x = ma_x \Rightarrow f_x + 20 = 4,8 \times 2 \Rightarrow f_x = -10,4 \text{ N}$$

$$\sum f_y = ma_y \Rightarrow f_y - 4,8 \times 9,81 + 50 = 4,8 \times 4 \Rightarrow f_y = 16,29 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \sum \tau_{CG} = J\alpha_{CG} &\Rightarrow 20 \times 0,15 + 50 \times 0,25 + 10,4 \times 0,1 - 16,29 \times 0,2 - 10 + \tau = -1 \times 3 \\ &\Rightarrow \tau = -6,28 \text{ N}\cdot\text{m}. \end{aligned}$$

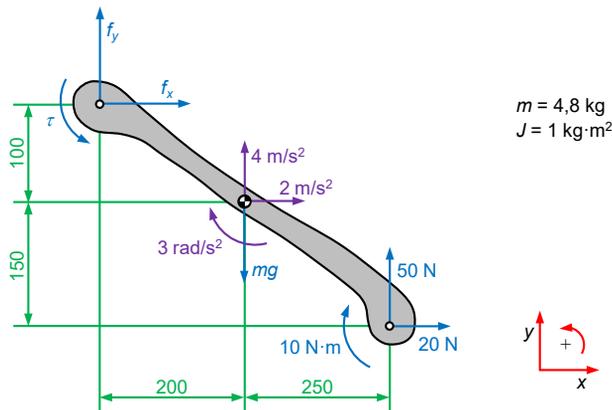


Figura 2.7. Dinâmica inversa de uma coxa do corpo humano, sendo conhecido o movimento do centro de gravidade e as ações na articulação do joelho.

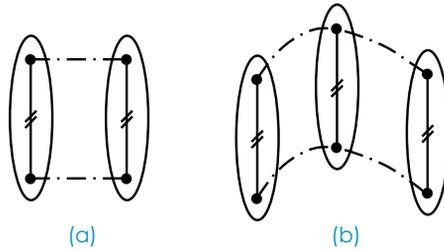


Figura 3.3. (a) Translação retilínea; (b) Translação curvilínea.

No movimento plano de rotação, cada ponto de um corpo rígido permanece a uma distância constante do eixo de rotação enquanto aquele movimento acontece (cf. figura 3.4.). Deve notar-se que o eixo de rotação é perpendicular ao plano do movimento.

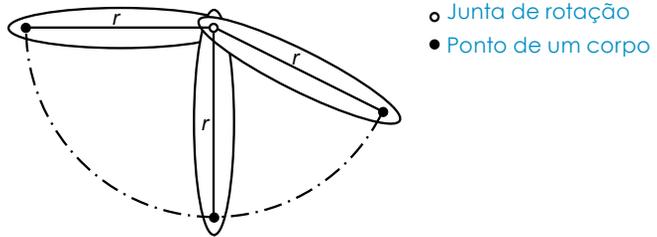


Figura 3.4. Movimento de rotação.

No movimento geral ou misto coexistem as características associadas aos movimentos de translação e de rotação. Uma roda que descreve rolamento puro¹⁹, isto é, rola sem escorregar sobre a superfície de contacto com o solo, é um exemplo de um corpo que realiza movimento do tipo geral ou misto (cf. figura 3.5.).

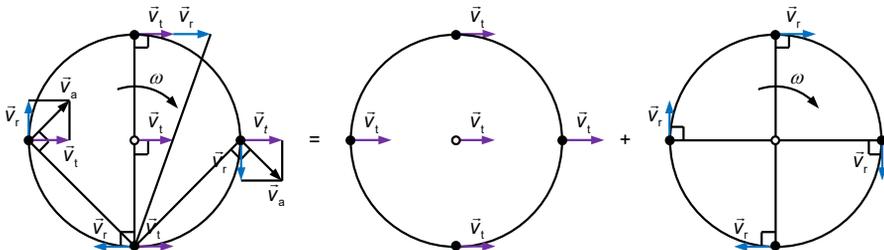


Figura 3.5. Movimento geral de uma roda em rolamento puro, o qual é decomposto na soma de um movimento de translação com um movimento de rotação.

¹⁹ Rolamento puro é, por definição, um movimento que pode ser decomposto numa translação e numa rotação.

$$n_{\text{CIR}} = \frac{4(4-1)}{2} = 6.$$

Estes seis centros instantâneos de rotação são designados pelos seguintes símbolos O_{12} , O_{13} , O_{14} , O_{23} , O_{24} e O_{34} . Deve notar-se que, por exemplo, O_{12} tem o mesmo significado que O_{21} .

A localização dos centros instantâneos de rotação pode ser feita por inspeção do sistema, pela aplicação do teorema dos três centros e pelo teorema da normal comum. Na maioria dos casos, os centros instantâneos de rotação podem ser localizados por simples observação do sistema em causa (cf. figura 3.7.).

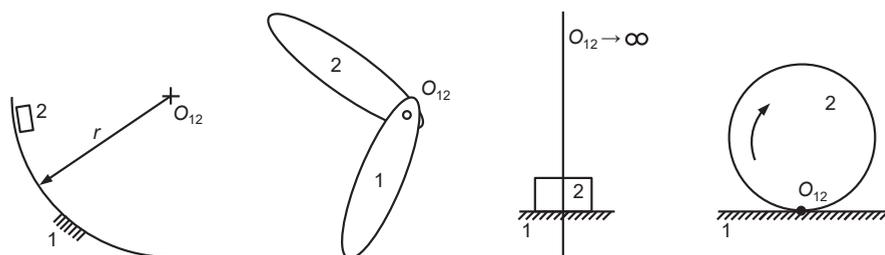


Figura 3.7. Localização de centros instantâneos de rotação por simples inspeção do sistema em análise.

O teorema dos três centros, ou de Aronhold-Kennedy, estabelece que quando três corpos apresentam movimento relativo, então existem três centros instantâneos de rotação situados na mesma linha reta. Por seu lado, o teorema da normal comum diz que o centro instantâneo de rotação de dois corpos em contacto direto num ponto, se situa na normal comum aos dois corpos. Estes dois teoremas são, em geral, aplicados conjuntamente (cf. figura 3.8.).

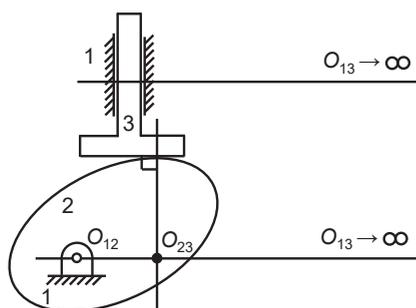


Figura 3.8. Aplicação conjunta dos teoremas de Aronhold-Kennedy e da normal comum para a localização do centro instantâneo de rotação O_{23} .

3.3. ANÁLISE CINEMÁTICA

De entre os vários métodos que permitem efetuar a análise cinemática de sistemas mecânicos destacam-se os seguintes:

- Método algébrico,
- Método da decomposição do movimento,
- Método das projeções das velocidades,
- Método dos centros instantâneos de rotação.

O método algébrico consiste na dedução de uma expressão analítica, que traduz a posição geométrica de um determinado corpo do sistema em causa, em função das suas principais características, tais como, por exemplo, comprimentos e ângulos. Considere-se o mecanismo biela-manivela com corredeira, representado na figura 3.10., em relação ao qual se pretende deduzir as expressões que traduzem a posição, a velocidade e a aceleração da corredeira, sabendo que o ângulo de rotação da manivela é dado por

$$\theta = \omega_2 t \quad (3.19)$$

sendo que ω_2 representa a velocidade angular da manivela, a qual é considerada constante.

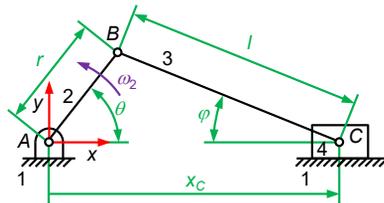


Figura 3.10. Mecanismo biela-manivela com corredeira.

Da análise da figura 3.10. pode escrever-se que

$$x_C = r \cos \theta + l \cos \varphi \quad (3.20)$$

em que θ é a variável independente.

Da aplicação da lei dos senos ao mecanismo biela-manivela resulta que

$$\frac{r}{\sin \varphi} = \frac{l}{\sin \theta} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{r}{l} \sin \theta \quad (3.21)$$

3.4. ANÁLISE DINÂMICA

Quando, na análise dinâmica de sistemas mecânicos, as forças associadas à ação da gravidade e aos efeitos de inércia são diminutas pode efetuar-se um estudo baseado no equilíbrio estático, sem que o rigor da análise daí resultante seja significativamente penalizado.

A análise estática assenta na construção de diagramas de corpo livre de cada um dos elementos, ou de um conjunto de elementos, que constituem o sistema mecânico. Subsequentemente, a cada diagrama é aplicado o princípio do equilíbrio estático, ou seja, tem de ser nula a soma vetorial de todas as forças e de todos os momentos que atuam nos corpos. Esta simultaneidade das condições de equilíbrio estático é expressa pelas seguintes equações

$$\sum \vec{f} = \vec{0} \quad (3.49)$$

$$\sum \vec{\tau} = \vec{0} \quad (3.50)$$

ou seja, é nula a soma vetorial das forças e dos momentos atuantes no sistema em causa, isto é, não há aceleração.

Considere-se o mecanismo biela-manivela com corredeira, em que se desprezam os efeitos da ação da gravidade e inerciais, tal como se ilustra na figura 3.16. Assim, admitindo que é aplicada uma força externa na corredeira, representada pelo símbolo f_a naquela figura, pretende-se determinar o momento, τ , que atua na manivela para que o sistema se mantenha em equilíbrio estático.

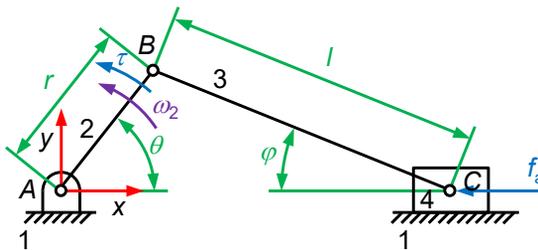


Figura 3.16. Mecanismo biela-manivela com corredeira utilizado na aplicação do princípio do equilíbrio estático.

Para a resolução deste tipo de problemas, o primeiro passo consiste na elaboração dos diagramas de corpo livre de cada um dos elementos que constitui o mecanismo biela-manivela, tal como se ilustra nas representações da figura 3.17.

5.2. DESLOCAMENTOS E TRABALHOS VIRTUAIS

É sabido que um deslocamento real é aquele que os corpos realizam num intervalo de tempo dt , de acordo com as equações do movimento do sistema mecânico em causa. Os deslocamentos reais elementares são, em geral, representados da seguinte forma $d\vec{r}$.

Por seu lado, um deslocamento virtual³⁶, ou imaginário, é um deslocamento de uma posição sobre uma superfície de restrição, até uma outra posição infinitamente próxima, situada também sobre a superfície de restrição. Um deslocamento virtual ocorre sem que haja variação do instante de tempo. Os deslocamentos virtuais são compatíveis com as restrições do sistema, sendo frequentemente representados pela seguinte notação $\delta\vec{r}$. O símbolo δ foi introduzido por Lagrange para enfatizar o carácter virtual daquela variação, e nada tem a ver com diferenciações ou quantidades elementares.

A figura 5.3. diz respeito à representação de uma superfície de restrição que se move com uma velocidade \vec{u} . Ainda nesta figura está representado o deslocamento virtual, $\delta\vec{r}$, do ponto P até à posição P' , o qual acontece no mesmo instante de tempo, bem como o ponto P'' na superfície de restrição, quando esta evolui do instante t para o instante $t+dt$. Com efeito, a trajetória de P até P'' representa, de facto, o deslocamento real, $d\vec{r}$.

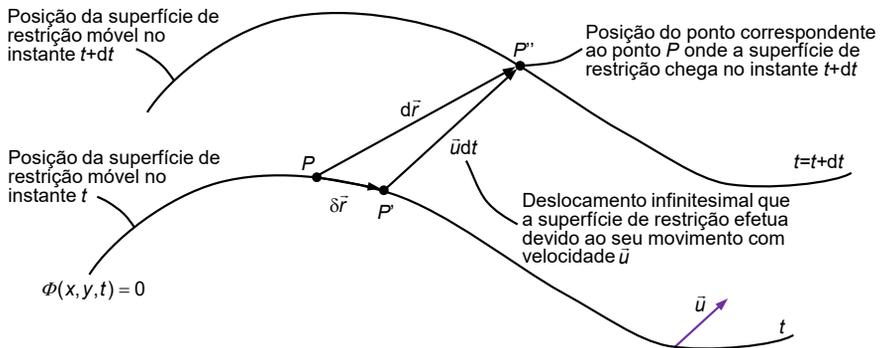


Figura 5.3. Deslocamento virtual numa superfície de restrição móvel.

³⁶ O termo virtual significa que o deslocamento não é necessariamente um deslocamento real associado à evolução do tempo, e que o deslocamento não está relacionado com a aplicação de forças ao sistema.

$$\mathbf{f} = m\mathbf{a} \quad (6.9)$$

A lei do movimento de rotação de Euler para um corpo rígido pode ser reescrita na sua forma mais convencional do seguinte modo

$$\boldsymbol{\tau} = J_{CG}\boldsymbol{\alpha} \quad (6.10)$$

onde $\boldsymbol{\tau}$ representa a soma dos momentos atuantes e dos momentos das forças em relação ao centro de gravidade do corpo, J_{CG} denota o momento mássico de inércia do corpo relativamente ao centro de gravidade e $\boldsymbol{\alpha}$ é a aceleração angular do corpo.

Euler, ao alargar as fronteiras da segunda lei de Newton, introduziu o conceito de orientação, tal como acontece no caso do movimento de um navio, em que as oscilações causadas pelas ondas inviabilizam a utilização do conceito de ponto material para descrever o movimento realizado pelo navio. Euler foi incentivado, por Johann Bernoulli⁴⁴, a investigar sobre a dinâmica de navios. Para Euler, era evidente que o movimento de um navio não poderia ser estudado à luz da abordagem de Newton, ou seja, os navios não deveriam ser modelados como pontos, pois, caso assim sucedesse, os movimentos de rotação ou oscilação em torno dos eixos que passam no centro de gravidade do navio não entrariam em consideração. Euler propôs que o movimento de um navio incluísse, de forma perfeitamente independente, movimentos de translação e de rotação (cf. figura 6.2.)

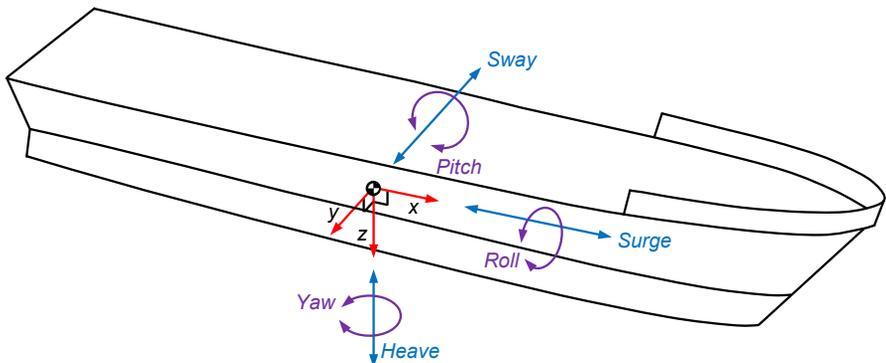


Figura 6.2. Possíveis movimentos de um navio no espaço tridimensional, ou seja, existem três movimentos de translação e três movimentos de rotação.

⁴⁴ Johann Bernoulli (1667-1748) foi um matemático suíço, de quem Euler foi discípulo, e que tinha particular interesse no estudo da forma que as velas dos navios adquiriam quando acionadas pelo vento. Foi neste contexto que Euler apresentou o conceito de corpo rígido para descrever o movimento de navios, e que foi enunciado na obra "Scientia Navalis". Euler introduziu também o conceito de centro instantâneo de rotação.

Um corte criterioso e bastante útil do pêndulo duplo é aquele que se representa na figura 6.7., donde resultam três elementos, nomeadamente dois corpos e um suporte ou apoio. Nesta figura está, de facto, a materialização no que se refere aos diagramas de corpo livre⁴⁸ das barras que compõem o pêndulo duplo.

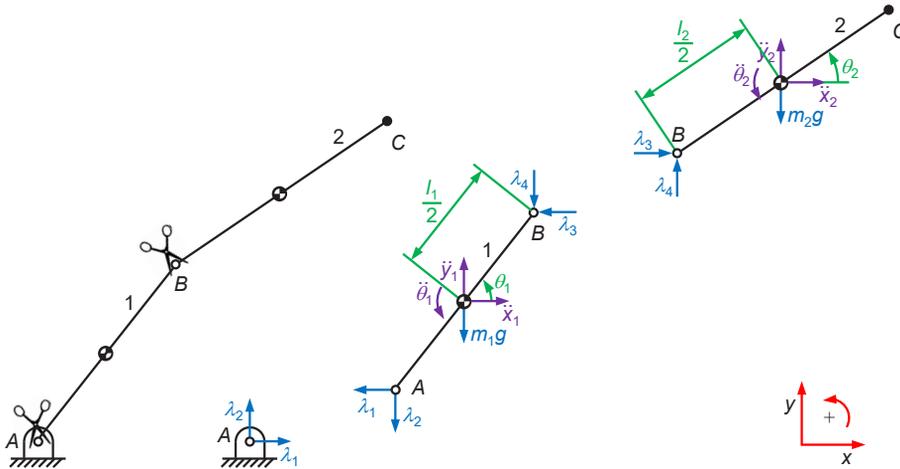


Figura 6.7. Exemplo de corte ou divisão do pêndulo duplo criterioso e vantajoso do ponto de vista da análise dinâmica.

Aplicando as equações de Newton-Euler aos corpos 1 e 2 da figura 6.7., resulta o seguinte conjunto de equações⁴⁹

$$m_1 \ddot{x}_1 = -\lambda_1 - \lambda_3 \quad (6.16)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = -\lambda_2 - \lambda_4 - m_1 g \quad (6.17)$$

$$J_1 \ddot{\theta}_1 = -\lambda_1 \frac{l_1}{2} \sin \theta_1 + \lambda_2 \frac{l_1}{2} \cos \theta_1 + \lambda_3 \frac{l_1}{2} \sin \theta_1 - \lambda_4 \frac{l_1}{2} \cos \theta_1 \quad (6.18)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = \lambda_3 \quad (6.19)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 = \lambda_4 - m_2 g \quad (6.20)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 = \lambda_3 \frac{l_2}{2} \sin \theta_2 - \lambda_4 \frac{l_2}{2} \cos \theta_2 \quad (6.21)$$

⁴⁸ A representação do suporte ou apoio, vulgo fixe, não é, na verdade, um diagrama de corpo livre, uma vez que aquele tem massa infinita e aguenta ou suporta, por definição, forças de magnitude infinita.

⁴⁹ Deve relembrar-se da importância extrema em se considerar e definir um referencial inercial adequado antes de proceder à aplicação das leis do movimento de Newton-Euler.

generalizadas, daí esta abordagem ser, por vezes, chamada formulação em coordenadas mínimas.

Um exemplo simples e genérico da utilização de coordenadas generalizadas é o que se refere à localização geográfica de uma sala de aulas no Campus de Azurém sobre a superfície da Terra. Aquela localização é dada por $(41^{\circ}27'6,85''; 8^{\circ}17'33,19'')$, uma vez que um qualquer elemento situado sobre uma superfície conhecida requer apenas de duas coordenadas, ou parâmetros, para definir completa e univocamente a sua posição no espaço. A Terra é considerada como sendo uma esfera, que roda uma volta por dia. Assim, um qualquer ponto situado no espaço tridimensional associado à superfície da Terra pode ser definido por três coordenadas x , y e z , que correspondem aos três graus de liberdade que o ponto tem naquele espaço. No entanto, no caso da superfície da Terra, são necessárias e suficientes apenas duas coordenadas, nomeadamente, a latitude e a longitude, tal como se ilustra na figura 7.1. Este facto é verdadeiro, para o caso do elemento estar constringido a mover-se na superfície terrestre, não contemplando saltos, voos ou mergulhos.

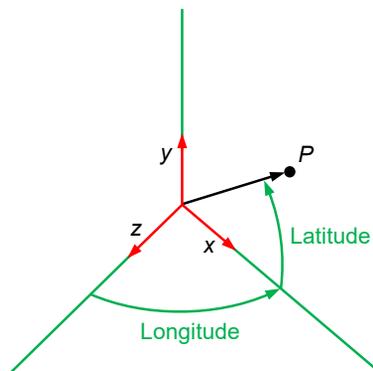


Figura 7.1. Localização de um objeto situado sobre a superfície terrestre.

Do que acaba de ser exposto surge a seguinte pergunta:

- O que é uma coordenada generalizada no âmbito da dinâmica de sistemas mecânicos?

Para dar resposta a esta pergunta central, considere-se, por exemplo, o pêndulo simples representado na figura 7.2. A configuração deste sistema pode ser definida pelo seguinte conjunto de coordenadas, ditas coordenadas de centro de massa ou absolutas,

anteriormente, a variável x_1 não seria uma boa escolha para coordenada generalizada do sistema, uma vez que para um dado valor de x_1 , o pêndulo simples pode assumir duas configurações distintas, e, concomitantemente, não define, de forma unívoca, a configuração do sistema. A figura 7.3. evidencia esta circunstância, na qual o sistema adquire duas posições distintas para um único valor de x_1 . Em suma, esta variável não deve ser selecionada para coordenada generalizada. A mesma análise é válida para a coordenada y_1 . Deve, pois, salientar-se que a identificação e seleção das coordenadas generalizadas deve garantir que a configuração do sistema é definida de forma completa e unívoca.

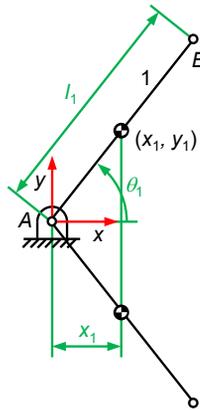


Figura 7.3. Pêndulo simples, em que o mesmo valor de x_1 origina duas soluções.

Considere-se um outro sistema, designadamente, o mecanismo de quatro barras ilustrado na figura 7.4., o qual apresenta um grau de liberdade. Por conseguinte, para este mecanismo é necessária uma, e uma só, coordenada generalizada independente, que naquela representação, pode ser $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ou φ , sendo que esta escolha é perfeitamente arbitrária.

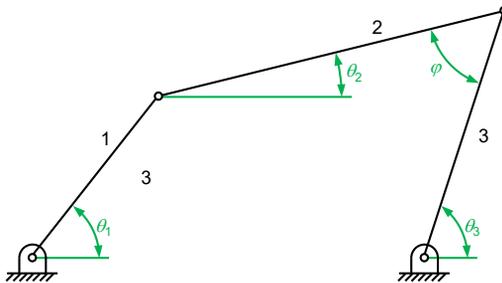


Figura 7.4. Representação do mecanismo de quatro barras.

do pêndulo duplo, pois, no primeiro caso a massa é constante e, no segundo, a inércia é variável.

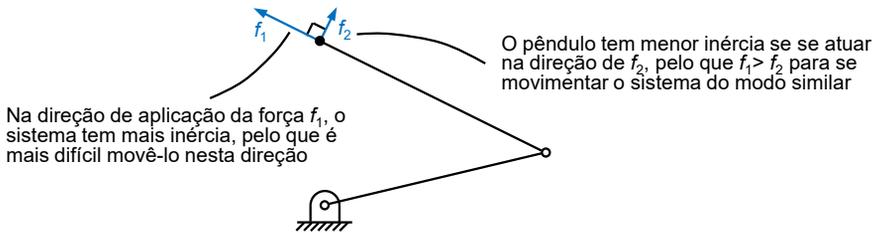


Figura 7.8. Influência da inércia do pêndulo duplo na resistência ao movimento.

Tendo em vista analisar o movimento do pêndulo duplo, considere-se a figura 7.9., a qual se refere à configuração inicial do sistema. Nesta representação, as barras 1 e 2 estão alinhadas na posição horizontal, sendo que o sistema é largado desta posição com velocidades nulas. O pêndulo é acionado pelo efeito da gravidade.

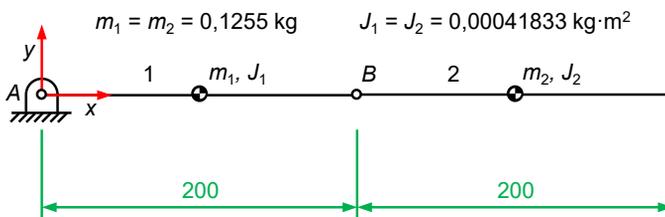


Figura 7.9. Configuração inicial do pêndulo duplo.

Atendendo à configuração inicial do pêndulo duplo da figura 7.9., assim como as demais informações apresentadas anteriormente, o conjunto de valores iniciais relativo às coordenadas e velocidades generalizadas pode ser obtido como

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 0,0 \text{ rad} & \dot{\theta}_1 &= 0,0 \text{ rad/s} \\ \theta_2 &= 0,0 \text{ rad} & \dot{\theta}_2 &= 0,0 \text{ rad/s}. \end{aligned}$$

Com efeito, as equações do movimento (7.78), para o instante inicial, podem ser escritas da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} 0,0066933 & 0,00251 \\ 0,00251 & 0,0016731 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0,3693465 \\ -0,1231155 \end{Bmatrix}$$

ilustra na figura 8.3. A primeira situação é interessante para a caso de uma pancada no lançamento de uma bola de baseball. Por seu lado, o segundo cenário é favorável ao estudo do impacto que se desenvolve na colisão entre o condutor e o habitáculo.

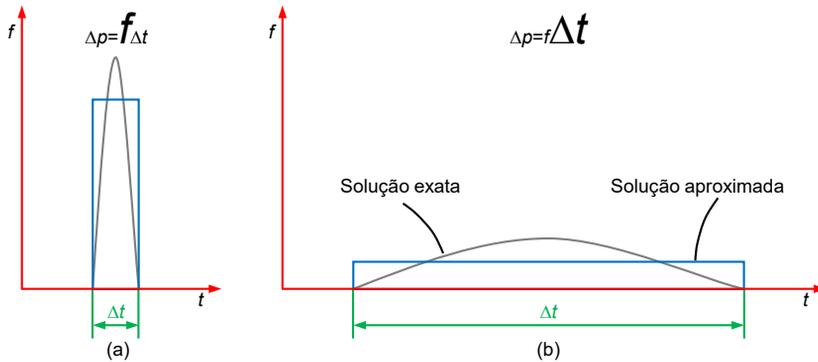


Figura 8.3. (a) Força de impacto elevada aplicada num curto intervalo de tempo; (b) Força de impacto baixa aplicada num intervalo de tempo longo.

Considere-se um teste de impacto de segurança de um veículo contra uma parede rígida (cf. figura 8.4.), em que a imobilização do veículo demora 0,72 s, sendo que o manequim precisa de 1,12 s para se imobilizar. A velocidade inicial do veículo é de 15,6 m/s. O veículo e o manequim têm massas de 1301 kg e 78 kg, respetivamente. Assim, pretende-se determinar o impulso e a força que se desenvolvem no veículo e no manequim durante o referido impacto.



Figura 8.4. Ilustração de um teste de impacto de um veículo contra uma parede.

O impulso que se desenvolve no veículo pode ser calculado recorrendo à equação (8.4), donde vem que

$$I = m\Delta v \Rightarrow I = 1301 \times 15,6 \Rightarrow I = 20295,6 \text{ N} \cdot \text{s}.$$

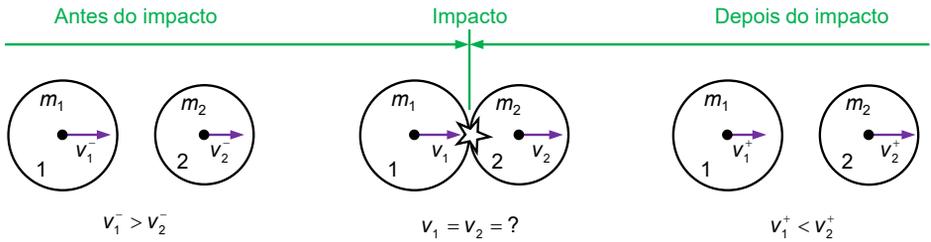


Figura 8.6. Representação do impacto entre duas esferas.

Deve notar-se que antes do impacto, a velocidade da esfera 1 é superior à velocidade da esfera 2, o que significa que vai acontecer a colisão entre as esferas. Após o impacto, a velocidade da esfera 2 é superior à velocidade da esfera 1, pois as esferas separam-se depois da colisão. Assim, a questão que se coloca é a seguinte:

- Qual é a relação entre as velocidades das esferas 1 e 2 no instante em que o impacto ocorre?

Para se estudar e compreender o que acontece durante o impacto deve começar-se por representar a evolução da velocidade de cada uma das esferas, tal como se mostra da figura 8.7. Nesta representação considera-se que:

- t^- representa o instante em que se inicia o impacto,
- t^+ representa o instante em que o impacto termina,
- Δt denota a duração do impacto, que se admite ser finita por facilidade de representação.

Admite-se ainda que há uma transição suave entre as velocidades de pré-impacto e de pós-impacto de cada uma das esferas, tal como se evidencia na figura 8.7.

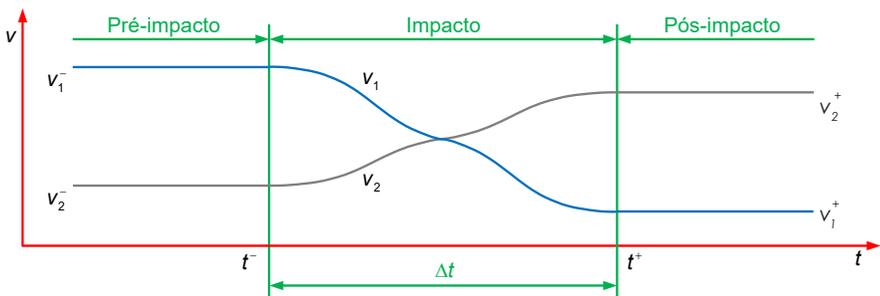


Figura 8.7. Evolução das velocidades de cada uma das esferas antes, durante e após o impacto.

DA DINÂMICA DE SISTEMAS MULTICORPO

FILIFE MARQUES
PAULO FLORES

Sobre a obra

Esta obra versa sobre a dinâmica de sistemas multicorpo. O quadro metodológico em que a teoria e os métodos são apresentados visa, por um lado, facilitar a compreensão dos conteúdos, e, por outro, proporcionar a sua implementação computacional.

Assim, neste livro começa-se por fazer uma breve introdução e contextualização da temática da dinâmica de sistemas multicorpo. No capítulo segundo faz-se uma retrospectiva da mecânica clássica, descrevendo-se as suas principais disciplinas e formulações. O terceiro capítulo é dedicado à revisão dos principais métodos de análise de sistemas mecânicos, nomeadamente no que concerne aos estudos cinemáticos e dinâmicos. No capítulo quarto é feita uma análise detalhada das leis de Newton, bem como dos seus limites de validade. No capítulo cinco faz-se a apresentação da formulação de Lagrange, em que se apresentam os conceitos de deslocamentos e trabalhos virtuais, bem como o princípio de d'Alembert. Os capítulos seis e sete são dedicados às metodologias de sistemas multicorpo baseadas nas equações de Newton-Euler e de Lagrange, respetivamente. Finalmente, o capítulo oitavo inclui os principais ingredientes necessários para modelar problemas de impacto no contexto da dinâmica de sistemas multicorpo.

Esta obra constituiu um texto fundamental de apoio a professores e estudantes do ensino superior, e poderá ser também útil para aqueles que se interessam pelas temáticas relacionadas com a dinâmica de sistemas mecânicos e biomecânicos.

Sobre os autores

Filipe Marques nasceu em 1992, em Guimarães. Formou-se em Engenharia Mecânica, na Universidade do Minho, onde concluiu o mestrado integrado (2015) e o doutoramento (2020), no qual estudou a dinâmica de veículos ferroviários num trabalho realizado em cooperação com o Instituto Superior Técnico e o Politécnico di Milano. É autor de dezenas de publicações de carácter científico e pedagógico, as quais já colecionaram mais de 500 citações, o que resulta num índice-h 10. Atualmente, desenvolve as suas atividades científico-pedagógicas no Departamento de Engenharia Mecânica de Universidade do Minho e no centro de investigação MicroElectroMechanical Systems (CMEMS-UMinho).

Paulo Flores é natural de Rossas – Vieira do Minho, onde nasceu em 1972. Licenciou-se pré-Bolonha (1997), doutorou-se (2005) e agregou-se (2011) em Engenharia Mecânica pela Universidade do Minho. O doutoramento foi realizado em colaboração com o Instituto Superior Técnico e a Wichita State University. Em fevereiro de 2009 concluiu um pós-doutoramento no Swiss Federal Institute of Technology, ETH-Zurich. Em 2012 foi Visiting Professor na The University of Arizona. Paulo Flores é autor de várias centenas de publicações, tendo os seus trabalhos recebido mais de 6000 citações, a que corresponde um índice-h 41. Atualmente, desenvolve as suas atividades científico-pedagógicas no Departamento de Engenharia Mecânica de Universidade do Minho e no centro de investigação MicroElectroMechanical Systems (CMEMS-UMinho).

Também disponível em formato e-book



ISBN: 978-989-901-779-5



www.engebook.pt