

AUTOR

Paulo Barreto Cachim

TÍTULO

Estruturas de Betão - Pré-esforço

EDICÃO

Publindústria, Edições Técnicas Praça da Corujeira n.º 38 · 4300-144 PORTO www.publindustria.pt

DISTRIBUIÇÃO

Engebook – Conteúdos de Engenharia e Gestão

Tel. 220 104 872 · Fax 220 104 871 · E-mail: apoiocliente@engebook.com · www.engebook.com

DESIGN

Leonor Albuquerque

Publindústria, Produção de Comunicação, Lda.

IMPRESSÃO

Espanha

Julho, 2016

DEPÓSITO LEGAL

413632/16



A cópia ilegal viola os direitos dos autores.

Os prejudicados somos todos nós.

Copyright © 2016 | Publindústria, Produção de Comunicação, Lda.

Todos os direitos reservados a Publindústria, Produção de Comunicação, Lda. para a língua portuguesa.

A reprodução desta obra, no todo ou em parte, por fotocópia ou qualquer outro meio, seja eletrónico, mecânico ou outros, sem prévia autorização escrita do Editor, é ilícita e passível de procedimento judicial contra o infrator.

Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida, no todo ou em parte, sob qualquer forma ou meio, seja eletrónico, mecânico, de fotocópia, de gravação ou outros sem autorização prévia por escrito do autor.

Este livro encontra-se em conformidade com o novo Acordo Ortográfico de 1990, respeitando as suas indicações genéricas e assumindo algumas opções específicas.

CDU

624 Engenharia Civil e de Estruturas em geral

ISBN

Papel: 978-989-723-192-6 E-book: 978-989-723-193-3

Engebook - Catalogação da publicação

Família: Engenharia Civil Subfamília: Estruturas

Estruturas de Betão Pré-esforço

Paulo Barreto Cachim Departamento de Engenharia Civil – Universidade de Aveiro

Índice

1	Introdução	7
1.1	Efeitos do pré-esforço	9
1.2	Tipos de pré-esforço	13
1.2.1	Pré-esforço por pré-tensão	13
1.2.2	Pré-esforço por pós-tensão	15
1.2.3	Comparação entre os diversos tipos de pré-esforço	17
1.2.4	Outros tipos de pré-esforco	18
2	Materiais	21
2.1	Betão	22
2.1.1	Propriedades do betão	22
2.1.2	Evolução no tempo das propriedades mecânicas	24
2.1.3	Diagramas tensão-extensão para o betão em compressão	26
2.1.4	Fluência do betão	26
2.1.5	Retração do betão	31
2.2	Armaduras de pré-esforço	35
2.2.1	Propriedades dos aços de pré-esforço	37
2.2.2	Relações constitutivas	42
2.2.3	Relaxação das armaduras	44
2.2.4	Amarração por aderência de armaduras de pré-esforço	47
2.2.5	Disposição das armaduras de pré-esforço e das bainhas	52
2.2.6	Recobrimentos	54
2.3	Dispositivos de pré-esforço	57
2.3.1	Ancoragens e acopladores	57
2.3.2	Desviadores	58
3	Cálculo dos efeitos do pré-esforço	61
3.1	Efeito do pré-esforço	62
3.1.1	Coeficientes parciais relativos ao pré-esforço	62
3.1.2	Efeitos do pré-esforço no estado limite de utilização e no estado limite de fadiga	63
3.1.3	Efeitos do pré-esforço no estado limite último	63
3.2	Efeitos do pré-esforço em serviço	64
3.2.1	Cálculo com secção não fendilhada	65
3.2.2	Perdas instantâneas de pré-esforço no caso do pré-esforço por pós-tensão	67
3.3	Força de pré-esforço	72
3.3.1	Perdas instantâneas de pré-esforco no caso do pré-esforco por pré-tensão	73

3.3.2	Perdas instantâneas de pré-esforço no caso do pré-esforço por pós-tensão	75
3.3.3	Perdas diferidas	86
3.3.4	Alongamento dos cabos de pré-esforço	89
3.4	Cargas equivalentes	90
3.4.1	Cálculo simplificado de cargas equivalentes	92
3.4.2	Aplicação de cargas equivalentes	94
3.5	Traçado dos cabos	96
4	Estados limites de utilização (SLS)	103
4.1	Limitação das tensões	103
4.1.1	Limitação da tensão no betão	103
4.1.2	Limitação da tensão no aço de pré-esforço	104
4.2	Limitação da fendilhação	105
4.2.1	Estado limite de formação de fendas	105
4.2.2	Estado limite de descompressão	106
4.2.3	Cálculo da abertura de fissuras	106
4.3	Limitação da deformação	110
4.4	Dimensionamento do pré-esforço considerando os estados limites de utilização	112
4.4.1	Fase de aplicação do pré-esforço	112
4.4.2	Fase de exploração	113
4.4.3	Resumo das expressões para pré-dimensionamento	115
5	Estados limites últimos (ULS)	121
5.1	Esforços normais e de flexão	121
5.1.1	Tração simples	123
5.1.2	Flexão simples	125
5.1.3	Pré-dimensionamento ou verificação aproximada em flexão	135
5.2	Esforço transverso	137
5.2.1	Elementos para os quais não é requerida armadura de esforço transverso	137
5.2.2	Elementos para os quais é requerida armadura de esforço transverso	140
5.3	Instabilidade lateral de vigas esbeltas	143
5.4	Zonas de amarração em pós-tensão	144
5.4.1	Esmagamento do betão	146
5.4.2	Tirantes	148
	Referências bibliográficas	156
	Normativas	157
Anexo A	Equações de parábolas	158
	Equações adimensionais para vigas retangulares e em T	165
	Dimensionamento de uma viga pré-esforçada	167

1. Introdução

O pré-esforço pode ser definido como a aplicação de uma força controlada, a uma estrutura ou elemento estrutural, de forma a melhorar a sua resistência e/ou o seu comportamento. O pré-esforço pode ser utilizado em estruturas de betão, de aço ou de outros materiais, sendo, no entanto, mais correntemente utilizado em estruturas de betão, designando-se, então, o betão por betão pré-esforçado. A utilização do pré-esforço em estruturas de betão é regulamentada no espaço europeu pela norma europeia *EN* 1992 – *Eurocódigo* 2. *Projeto de estruturas de betão*, nas suas várias partes, e que aqui será designado genericamente por EC2.

O pré-esforço considerado no EC2 é aplicado ao betão através de armaduras de aço de alta resistência (fios, varões ou cordões). Os aços utilizados nas armaduras de pré-esforço são de alta resistência, apresentam uma suscetibilidade à corrosão sob tensão relativamente baixa e possuem tensões de rotura entre os 1000 e os 2000 MPa. Ainda segundo o EC2, o termo pré-esforço é utilizado de forma global para designar o conjunto dos efeitos permanentes do processo de pré-esforço, que incluem os esforços nas secções e as deformações na estrutura. O betão pré-esforçado é um dos materiais de construção mais durável, fiável e utilizado na construção em todo o mundo. As suas aplicações são inúmeras incluindo, entre outras, edifícios, pontes, viadutos, fundações, reatores nucleares, torres de comunicações e plataformas offshore.

As forças de pré-esforço aplicadas às estruturas e aos elementos estruturais são permanentes mas não são constantes ao longo dos elementos, nem no tempo. Esta variação espacial e temporal do pré-esforço designa-se por **perdas** de pré-esforço. Usualmente as perdas são divididas em dois tipos: perdas instantâneas e perdas diferidas. As **perdas instantâneas** são aquelas que ocorrem no momento da aplicação da carga e podem ser devidas a várias causas, dependendo do tipo de sistema utilizado, como seja o atrito entre as armaduras e o elemento, o deslocamento dos dispositivos de amarração das armaduras, a deformação elástica do betão ou a temperatura de cura. As **perdas diferidas** são aquelas que ocorrem devido à variação no tempo das propriedades dos materiais e vão acontecendo durante a vida da obra. As causas para estas perdas são a retração e a fluência do betão e a relaxação dos aços. Na Figura 1, ilustra-se esquematicamente a evolução da força de pré-esforço ao longo do cabo devido às perdas instantâneas e o seu valor final devido às perdas diferidas.

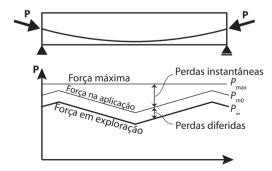


Figura 1. Força de pré-esforço ao longo do elemento e no tempo.

No processo de pré-tensão as armaduras são em geral retas, existindo, no entanto, alguns casos excecionais, em que estas são compostas por uma sequência de tramos retos (ver Figura 6).



Figura 6. Pré-tensão com armadura com vários tramos retos.

Na Figura 7, ilustram-se esquematicamente a forma como as tensões são transferidas do aço para o betão. Como a transferência se faz por atrito, a força de pré-esforço vai sendo gradualmente passada do aço para o betão, sendo, por isso, necessário um certo comprimento de transferência, $I_{\rm e}$, para que esta transmissão seja realizada na totalidade.

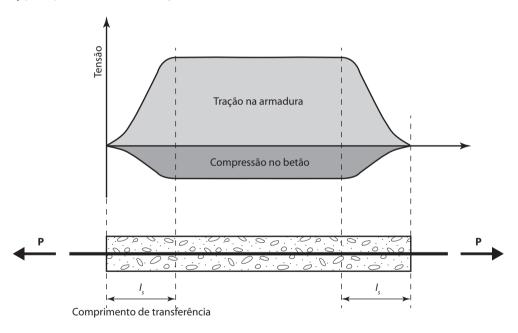


Figura 7. Tensões no betão e no aço.

A grande maioria dos produtos pré-tensionados são pré-fabricados e produzidos em fábrica, sendo posteriormente transportados para o local da obra. Por este motivo, a dimensão máxima das peças pré-tensionadas está limitada em termos de comprimento por razões de transporte.

Nas extremidades dos elementos pré-tensionados é, por vezes, necessário eliminar o atrito entre a armadura e o betão através da introdução de bainhas de forma a manter as tensões no betão dentro dos limites admissíveis (Figura 8).

em que α_{cc} é um coeficiente que tem em conta os efeitos de longo prazo na resistência à compressão e os efeitos desfavoráveis resultantes do modo como a carga é aplicada e tomando, em geral, o valor 1,0. Se a resistência do betão for determinada a uma idade t>28 dias, o valor de α_{cc} , deverá ser reduzido por um coeficiente k_r com um valor recomendado de 0,85. A parte 2 do EC2, para pontes de betão, recomenda a utilização de um valor $\alpha_{cc}=0,85$.

Quadro 2. Classes de resistência e propriedades do betão.

	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	35/45	C40/50	C45/55	C50/60	C55/67	C60/75	C70/85	C80/90	C90/105
f _{ck} (MPa)	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck,cube}(MPa)$	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
f_{cm} (MPa)	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
ε_{c2} (‰)				2,	0				2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
ε_{cu2} (‰)				3,	5				3,1	2,9	2,7	2,6	2,6
n				2,	0				1,75	1,60	1,45	1,40	1,40
f _{ctm} (MPa)	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$f_{ctk,0.05}$ (MPa)	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5
f _{ctk,0.95} (MPa)	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6
E _{cm} (GPa)	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44

A resistência à tração do betão é influenciada, essencialmente, pelos mesmos fatores que influenciam a resistência à compressão, não sendo, no entanto, proporcionais. A resistência à tração é também muito mais influenciada pelo método de ensaio utilizado e pelo efeito de escala do que a resistência à compressão. No Quadro 3 apresentam-se as relações entre os diversos valores da resistência à tração do betão.

Quadro 3. Valores da resistência do betão à tração.

Propriedade	Símbolo	Expressão
Tensão média de rotura à tração simples	f _{ctm}	$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3},$ $f_{ck} \le 50$ $f_{ctm} = 2.12 \ln (1 + f_{cm}/10),$ $f_{ck} \le 50$
Tensão média de rotura à tração por flexão	$f_{ctm,fl}$	$f_{ctm.fl} = \max ((1,6 - h/1000); 1,0) f_{ctm}$
Tensão média de rotura à tração por compressão diametral	f _{ctm,sp}	$f_{ctm.sp} = f_{ctm}/0.9$
Tensão característica inferior de rotura à tração	f _{ctk,0.05}	$f_{ctk,0.05} = 0.7 f_{ctm}$
Tensão característica superior de rotura à tração	f _{ctk,0.95}	$f_{ctk,0.95} = 1.3 f_{ctm}$
Tensão de cálculo de rotura à tração	f _{ctd}	$f_{ctd} = \alpha_{ct} f_{ctk,0.05} / \gamma_c$

h altura total do elemento, em mm

Para além das propriedades de resistência, para o cálculo de estruturas de betão pré-esforçado, é importante conhecer outras propriedades como o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson, o coeficiente de dilatação térmica linear ou o peso volúmico. No Quadro 4 apresentam-

 $[\]gamma_c$ coeficiente parcial de segurança relativo ao betão, em geral 1,5

α coeficiente que tem em conta os efeitos de longo prazo na resistência à tração e os efeitos desfavoráveis resultantes do modo como a carga é aplicada e que toma em geral o valor 1,0

Para o cálculo do coeficiente de fluência, o EC2 apresenta dois métodos: a utilização de nomo-gramas ou de expressões numéricas. Os nomogramas, apresentados na Figura 16, podem ser utilizados para uma estimativa rápida do coeficiente de fluência ou nos casos em que não seja necessária grande precisão. A utilização dos nomogramas pressupõe que o betão não esteja submetido a uma tensão de compressão superior a $0.45f_{ck}(t_0)$ na idade t_0 , idade do betão à data do primeiro carregamento, que as temperaturas ambientes se encontrem compreendidas entre -40 e +40 °C e que as humidades relativas médias se situem no intervalo entre os 40 e os 100%. Na utilização do nomograma deve ter-se ainda em atenção que o ponto de interseção entre as linhas 4 e 5 pode estar acima do ponto 1 e que para t_0 > 100 é suficientemente rigoroso considerar t_0 = 100 (e utilizar a linha tangente). Foram utilizados os seguintes símbolos:

 φ (∞ , t_0) valor final do coeficiente de fluência;

 t_0 idade do betão na data do carregamento, em dias;

 h_0 espessura equivalente do elemento, em mm, em que:

$$h_0 = \frac{2A_c}{\mu} \tag{18}$$

A, área da secção transversal;

u parte do perímetro do elemento em contacto com o ambiente.

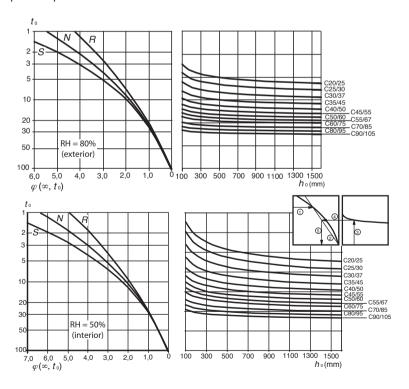


Figura 16. Método para a determinação do coeficiente de fluência.

No que se refere à tensão na armadura de pré-esforço, a tensão total instalada é igual à soma da tensão devida ao pré-esforço instalado, σ_n (0), com a o acréscimo de tensão provocado pelas ações, $\Delta\sigma_n$:

$$\sigma_p = \sigma_p(0) + \Delta \sigma_p \tag{63}$$

O acréscimo de tensão nas armaduras de pré-esforço pode ser calculado multiplicando a tensão no betão ao nível da armadura de pré-esforço, σ_c^p , pelo coeficiente de homogeneização $\alpha_{Ep} = E_p / E_c$:

$$\Delta \sigma_p = \alpha_{Ep} \sigma_c^p \tag{64}$$

A aplicação do pré-esforço gera, por norma, deslocamentos do elemento no sentido contrário aos originados pelo peso próprio, pelo que o peso próprio é imediatamente mobilizado junto com o pré-esforço. Isto acontece quer em pré-tensão, quer em pós tensão.

As áreas e os momentos de inércia a considerar deverão ter em conta as armaduras. Contudo, a sua influência é pequena e, numa fase inicial, não são conhecidas as áreas de aço. Consequentemente, pelo menos numa fase preliminar, podem considerar-se apenas as características da secção de betão A_c e I_c .

3.2.1. Cálculo com secção não fendilhada

Na Figura 38 apresenta-se uma secção em T, não fendilhada, submetida a um momento fletor, *M*, e a uma força de pré-esforço, *P*. As tensões nas armaduras, ou o acréscimo de tensão no caso do pré-esforço, são, em geral, baixas pois o betão suporta grande parte da força de tração que possa existir na secção.

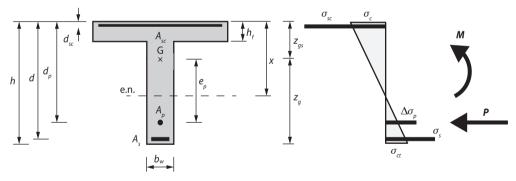


Figura 38. Cálculo de tensões em secções não fendilhadas.

Para o cálculo das tensões em secção não fendilhada, é necessário calcular a posição do centro de gravidade, z_g , que é dada por:

$$z_g = h - \frac{0.5h^2b_w + 0.5h_f^2(b - b_w) + (\alpha_{E,s} - 1)(d_sA_s + d_{sc}A_{sc}) + (\alpha_{E,p} - 1)d_pA_p}{A_{un}}$$
(65)

valores dos desvios angulares parasitas para as armaduras interiores se situam, em geral, no intervalo 0,005 < k < 0,01 por metro. Poderá, assim, utilizar-se o valor de k = 0,01 m⁻¹ quando não se disponha de informação precisa sobre o valor dos desvios angulares parasitas. Ainda de acordo com o EC2, quando se utilizam armaduras exteriores, as perdas de pré-esforço devidas a desvios angulares parasitas poderão ser ignoradas.

		Armaduras exteriores não aderentes					
Tipo de armadura	Armaduras interiores 1)	Não lub	rificadas	Lubrificadas			
		Bainha de aço	Bainha de HDPE	Bainha de aço	Bainha de HDPE		
Fio trefilado a frio	0,17	0,25	0,14	0,18	0,12		
Cordão	0,19	0,24	0,12	0,16	0,10		
Barra nervurada	0,65	-	-	-	-		
Varão liso	0,33	-	-	-	-		

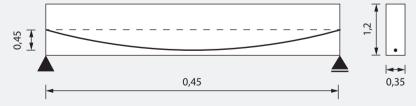
¹⁾ para armaduras que preencham cerca de metade da bainha; HDPE - Polietileno de massa volúmica alta.

Tendo em conta o traçado usual dos cabos e as dimensões das vigas, verifica-se que os desvios angulares podem ser considerados aproximadamente iguais à tangente ao traçado dos cabos. Da mesma forma, a expressão para cálculo das perdas pode ser linearizada utilizando a aproximação exp $(x) \approx 1 + x$, sempre que $\mu(\theta + kx) < 0.2$:

$$\Delta P_{\mu} = P_{\text{max}} (1 - \mu \theta - \mu kx) \tag{104}$$

Exemplo 10. Perdas por atrito nos cabos

Considerar uma viga simplesmente apoiada com 20,0 m de vão e secção transversal de $0.35 \times 1.0 \text{ m}^2$. A viga encontra-se pré-esforçada com um cabo parabólico, constituído por 13 cordões de aço Y 1860 S7 15.2, que tem uma excentricidade a meio vão de 0.45 m, conforme figura abaixo. Admitindo que o cabo é tracionado apenas na extremidade esquerda e que a bainha é metálica e não lubrificada, pretende-se calcular a força de pré-esforço ao longo do cabo depois das perdas por atrito. A bainha tem um diâmetro de 90 mm.



a tensão máxima no cabo é dada por $\sigma_{p,max} = min(0,8f_{pk}; 0,9f_{p0.1k}) = 1440$ MPa atrito cordões/bainha $\mu = 0,24$, desvio parasita k = 0,008 equação da parábola $z = 0,0045x^2 - 0,09x + 0,45$ variação angular total $\theta = atan(0,09) = 0,00898$ rad (até meio vão)

variação angular por unidade de comprimento $\theta' = 0,0898 / 10 = 0,00898$

$$\Delta \sigma_{p,\mu} = \sigma_{p,\text{max}} (1 - \exp(-\mu(\theta' + k)x)) = \sigma_{p,\text{max}} (1 - \exp(-0.24(0.00898 + 0.008)x)) = 0.00898 + 0.0088 + 0$$

$$\Delta \sigma_{p,\mu} = \sigma_{p,\text{max}} (1 - \exp(-0.0040742x))$$

utilizando a aproximação linear tem-se

$$\Delta \sigma_{p,\mu} = \sigma_{p,\max} (1 - \mu(\theta' - k)x)$$

$$\Delta \sigma_{p,u} = \sigma_{p,max} (1 - 0.0040742x))$$

no quadro seguinte apresentam-se os valores das perdas e da tensão no cabo após perdas por atrito

		Exponencial			Linear		
x	$\Delta\sigma_{p,\mu}$	$\sigma_{p, ext{max}}$ - $\Delta\sigma_{p,\mu}$	Perdas	$\Delta\sigma_{p,\mu}$	$\sigma_{p, ext{max}}$ - $\Delta\sigma_{p,\mu}$	Erro	
	MPa	MPa	%	MPa	MPa	%	
0,0	0	1440	0	0	1440	-	
2,5	15	1425	1,0	15	1425	-0,01	
5,0	29	1411	2,0	29	1411	-0,02	
7,5	43	1397	3,0	44	1396	-0,05	
10,0	57	1383	4,0	59	1381	-0,09	
12,5	71	1369	5,0	73	1367	-0,13	
15,0	85	1355	5,9	88	1352	-0,19	
17,5	99	1341	6,9	103	1337	-0,27	
20,0	113	1327	7,8	117	1323	-0,35	

3.3.2.2. Perdas devidas ao deslocamento da armadura nos dispositivos de ancoragem

Na aplicação do pré-esforço, ocorrem perdas nos dispositivos de amarração das armaduras devidas a deslocamentos da ancoragem, durante a operação de amarração depois da aplicação de pré-esforço, devidas à deformação da própria ancoragem ou devidas ao escorregamento dos cordões ou fios nas cunhas ou das próprias cunhas nas placas de ancoragem. As perdas devidas ao deslocamento da armadura nos dispositivos de ancoragem, ΔP_{sl} , devem-se ao encurtamento do cabo e consequente perda de tensão, e variam consoante o dispositivo e sistema de pré-esforço. Os valores dos deslocamentos são fornecidos na Aprovação Técnica Europeia correspondente ao sistema em causa e podem variar entre 1 e 12 mm, sendo, no entanto, os valores correntes entre os 5 e os 8 mm. No Quadro 20 apresentam-se alguns valores que podem servir de referência na falta de informações mais precisas.

Quadro 20. Valores de deslizamento dos cabos na amarração, s.

Tipo de cordões usado	Sem sistema de bloqueio hidráulico	Com sistema de bloqueio hidráulico	
Cordões de 12,5 mm	7 mm	5 mm	
Cordões de 15,0 mm	8 mm	6 mm	

As perdas nas ancoragens ocorrem por atrito, pelo facto de o cabo se deslocar para dentro do elemento de betão, mas, por esse motivo, de sentido inverso ao das perdas por atrito normais.

Considere-se a tensão no betão, $\Delta\sigma_c(t)$, correspondente à variação de tensão provocada pela força de pré-esforço P, no instante t, no centro de gravidade das armaduras. No caso de existirem dois cabos, a força em cada cabo vale P/2. A tração do cabo originará uma tensão de compressão no betão de valor $\Delta\sigma_c(t)/2$. Ao tracionar o segundo cabo, o primeiro sofre um encurtamento $\Delta\sigma_c(t)/2E_{cm}(t)$ que provoca uma perda de tensão no primeiro cabo de:

$$\Delta \sigma_p = \frac{E_p}{E_{cm}(t)} \frac{\Delta \sigma_c(t)}{2} \tag{118}$$

A perda média nos dois cabos, atendendo a que o segundo cabo não sofre este efeito, será dada por

$$\Delta \sigma_{p,el} = (0 + \Delta \sigma_p)/2 = \Delta \sigma_p/2 = \frac{E_p}{E_{cm}(t)} \frac{\Delta \sigma_c(t)}{4}$$
(119)

No caso de três cabos, cada um terá uma força de P/3. Neste caso, ao tracionar o segundo, o primeiro perde tensão no valor de:

$$\Delta \sigma_p = \frac{E_p}{E_{cm}(t)} \frac{\Delta \sigma_c(t)}{3} \tag{120}$$

correspondente a um encurtamento do primeiro cabo de $\Delta \sigma_c(t)/3E_{cm}(t)$. Ao tracionar o terceiro, quer o primeiro, quer o segundo perdem mais $\Delta \sigma_\rho$. A perda média nos três cabos será então

$$\Delta\sigma_{p,el} = (0 + \Delta\sigma_p + (\Delta\sigma_p + \Delta\sigma_p))/3 = \Delta\sigma_p = \frac{E_p}{E_{cm}(t)} \frac{\Delta\sigma_c(t)}{3}$$
(121)

Pode-se generalizar este efeito a qualquer número de cabos admitindo que em n cabos, cada um é sequencialmente tracionado com a força P/n. No Quadro 21 apresentam-se as perdas em cada cabo em função do número total de cabos, bem como a respetiva perda média por cabo.

Quadro 21. Perdas de tensão nos cabos por deformação elástica em função de $\Delta \sigma_c(t)$.

Quadro 21. Ferdas de terisão nos cabos por deformação elastica em runição de $\Delta O_c(t)$.								
Ordem do cabo	Número de cabos, n							
Ordeni do cabo	2	3	4	5	6	n		
Cabo 1	0,500	0,667	0,750	0,800	0,833	(n-1) / n		
Cabo 2	-	0,333	0,500	0,600	0,667	(n-2) / n		
Cabo 3	-	-	0,250	0,400	0,500	(n-3) / n		
Cabo 4	-	-	-	0,200	0,333	(n-4) / n		
Cabo 5	-	-	-	-	0,167	(n-5) / n		
Cabo n-1	-	-	-	-	-	1 <i>/n</i>		
Perda total	0,500	1,000	1,500	2,000	2,500	(n-1) / 2		
Perda média	0,250	0,333	0,375	0,400	0,417	(n-1) / 2n		

em que:

 $M_{\rm tot}$ momento total devido ao pré-esforço $M_{\rm PE}$ momento isostático devido ao pré-esforço

M_{hin} momento hiperestático, ou secundário, devido ao pré-esforço

Os momentos hiperestáticos, caso seja necessário calcular, obtêm-se por diferença entre o momento total e o momento isostático ($M_{hip} = M_{tot} - M_{PE}$). As cargas equivalentes dependem apenas da força de pré-esforço e da geometria do cabo, sendo por esse motivo independentes do sistema estrutural.

Para calcular as cargas equivalentes considere-se um elemento de cabo de comprimento infinitesimal ds (ver Figura 46). Sobre ele atuam as forças de pré-esforço P(x) e P(x)+dP(x), as forças de desvio q(x) e as forças de atrito $\mu q(x)$, nas quais μ representa o coeficiente de atrito. As equações de equilíbrio, segundo a direção normal, n, e a direção tangencial, t, podem ser escritas como:

$$\begin{cases}
q(x)ds - Pd\theta = 0 \\
dP + \mu q(x)ds = 0
\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}
q(x) = \frac{d\theta}{ds} P(x) \\
\frac{dP}{P} = -\mu d\theta
\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}
q(x) = \frac{P(x)}{r(x)} \\
P(x) = P_0 \exp(-\mu \theta(x))
\end{cases} \tag{130}$$

com

r(x) raio de curvatura;

q(x) ângulo de desvio;

 P_0 pré-esforço na origem (ordenada $\theta = 0$ do referencial utilizado).

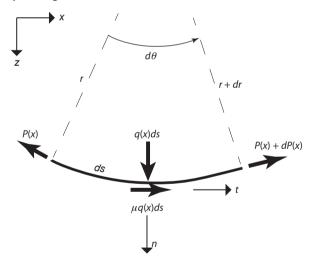


Figura 46. Forças atuantes num elemento de cabo.

O raio de curvatura pode ser obtido através de:

$$r(x) = \frac{ds}{d\theta} = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}$$
 (131)

3.4.2. Aplicação de cargas equivalentes

As cargas equivalentes podem ser aplicadas recorrendo a um conjunto de regras sintetizadas no Quadro 23. Assim, na sua extremidade, os cabos podem ser substituídos por forças concentradas com o valor da força de pré-esforço e com a direção tangente ao cabo. Um desvio angular é considerado como sendo a extremidade de dois cabos. Os tramos retos não possuem qualquer carga ao longo do cabo, enquanto os cabos parabólicos são substituídos por cargas uniformemente distribuídas, conforme visto na secção anterior.

Tipo de traçado	Carga equivalente
Tramo reto	Sem carga
Tramo parabólico	Carga uniformemente distribuída
Desvio angular	Carga concentrada
Extremidade do cabo	Carga concentrada (e momento)

Quadro 23. Cargas equivalentes em função do tipo de traçado do cabo.

A Figura 50 apresenta as cargas equivalentes no caso de cabos retos e a Figura 51 apresenta as cargas equivalentes no caso de cabos parabólicos.

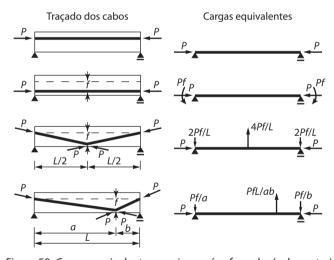


Figura 50. Cargas equivalentes em vigas pré-esforçadas (cabos retos).

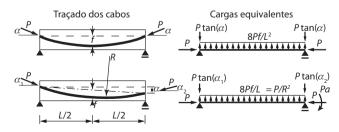
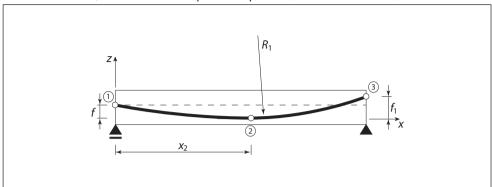


Figura 51. Cargas equivalentes em vigas pré-esforçadas (cabos parabólicos).

Quadro 25. Fórmulas para cabo parabólico isolado assimétrico.



	Coordenadas dos pontos (x,z)					
Pontos	Cas	о А	Caso B			
	х	z	х	z		
Ponto 1	0	f	0	f		
Ponto 2	$\frac{L^2}{1 + \sqrt{f_1/f}}$	0	x ₂	0		
Ponto 3	L	f ₁	L	$f_1 = \left(\frac{L}{x_2} - 1\right)^2 f$		
D. Chalas	Coeficientes da parábola (<i>z=ax²+bx+c</i>)					
Parábolas	а	ь	С	Raio, R		
Parábola 1	$\frac{f}{X_2^2}$	$-\frac{2f}{x_2}$	f	$\frac{x_2^2}{2f}$		

Dados: caso A: f, f₁, L; caso B: f, x₂, L

No Quadro 26 e no Quadro 27 apresentam-se os casos correntes em elementos estruturais com continuidade que envolvem a concordância de duas parábolas no mesmo tramo. Os elementos definidores necessários para o traçado do cabo são a flecha máxima do cabo, f, o comprimento do vão, L, e o raio de curvatura, R, do cabo sobre o apoio. Recorde-se que para as situações correntes o traçado parabólico é bastante semelhante a um arco de círculo. O raio de curvatura sobre o apoio deverá ser pequeno, de forma a que as forças de desvio verticais induzidas pelo pré-esforço sejam transmitidas para o apoio. Valores típicos para este raio variam entre os três e os oito metros, podendo ser da ordem de um metro no caso dos monocordões.

Quadro 30. Pré-dimensionamento do pré-esforço.

Fase	Secção	Condição			
Aplicação ou transferência	Inferior	$P_{m0} \le \frac{0.6f_{ck,0} + \frac{M_{6,0}}{W_{l,0}}}{r_{sup}\left(\frac{1}{A_c} + \frac{e}{W_{l,0}}\right)}$			
	Superior	$P_{m0} \le \frac{f_{ctm,0} + \frac{M_{6,0}}{W_{5,0}}}{r_{sup} \left(-\frac{1}{A_c} + \frac{e}{W_{5,0}}\right)}$			
Exploração	Inferior	$P_{mos} \ge \frac{-f_{ctm,0} + \frac{M_k}{W_i}}{r_{inf}\left(\frac{1}{A_c} + \frac{e}{W_i}\right)}$			
	Inferior	$P_{m\infty} \ge \frac{(M_F \text{ ou } M_{QP})}{r_{int} W_{i,25} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e}{W_{i,25}}\right)} = \frac{(M_F \text{ ou } M_{QP})}{r_{int} \left(\frac{W_{i,25}}{A_c} + e\right)}$			
	Superior	$P_{m\infty} \le \frac{-0.45f_{ck} + \frac{M_{QP}}{W_s}}{r_{inf} \left(-\frac{1}{A_c} + \frac{e}{W_s}\right)}$			
	Superior	$P_{mis} \le \frac{-0.6f_{ck} + \frac{M_k}{W_s}}{r_{int} \left(-\frac{1}{A_c} + \frac{e}{W_s}\right)}$			

Exemplo 19. Tirante em serviço

Considere um tirante quadrado de betão suportando uma ação permanente $N_g = 1000 \text{ kN}$ e uma ação variável $N_q = 600 \text{ kN}$. O betão é da classe C30/37. A armadura de pré-esforço é do tipo Y 1770 S 7 16.0. Admita 10% de perdas instantâneas e 15% de perdas diferidas. Considere em todos os cálculos a área bruta de betão.

- a) Determine o pré-esforço necessário de forma a garantir que: i) a secção não fissura para a combinação característica de ações; ii) na transferência a tensão de compressão no betão não ultrapassa 0,6 f_{ck}.
- b) Dimensione a armadura de pré-esforço
- a) A condição i) pode ser escrita na forma $\frac{P_{\infty}}{A_c}$ + $\frac{N_k}{A_c}$ < f_{ctm}

Considerando 15% de perdas diferidas, $P_{\infty} = 0.85P_{m0}$

A equação pode ser reescrita como
$$-\frac{0.85P_{m0}}{A_c} + \frac{N_k}{A_c} < f_{ctm}$$

Por seu lado, a condição ii) pode ser escrita como $\frac{P_{m0}}{A_c} \le 0.6f_{ck}$

verificação dos ULS, acrescentando-se armadura ordinária caso seja necessário. Este procedimento permite uma mais racional e económica utilização do pré-esforço, concentrando a sua utilização onde ele é mais efetivo, ou seja, um maior controle do comportamento em serviço das estruturas.

5.1.1. Tração simples

A situação mais simples de dimensionamento corresponde ao dimensionamento de um tirante em ULS. Neste caso, e uma vez que o betão não resiste à tração para efeitos de resistência em ULS, a resistência da secção é totalmente assegurada pelas armaduras. Conforme se referiu, o cálculo da resistência pode ser realizado considerando o pré-esforço do lado da resistência ou do lado das ações. Ambas as bordagens serão aqui analisadas.

Considere-se um elemento de betão pré-esforçado sujeito a um esforço axial de tração, com exclusão do pré-esforço, de valor $N_{rd,r}$. A verificação da segurança impõe que:

$$N_{Fd,t} < N_{Rd,t} \tag{158}$$

Quando se considera o pré-esforço do lado da resistência, o esforço axial resistente da secção com armadura de pré-esforço, $N_{Rdn,r}$, é obtido através de

$$N_{Rd,p,r} = f_{pd}A_p \tag{159}$$

em que:

 $f_{pd} = \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_s}$ é a tensão resistente de cálculo do aço de pré-esforço;

 A_p é a área de aço de pré-esforço.

Quando se considera o pré-esforço como uma ação, o cabo de pré-esforço induz uma força de compressão de valor $P_d = \sigma_{pd} A_p$. Esta força entra como uma ação nas combinações de ações relevantes:

$$N_{Ed,teff} = N_{Ed,t} - P_d = N_{Ed,t} - \sigma_{pd} A_p \tag{160}$$

A verificação da segurança impõe que:

$$N_{Ed,t,eff} < N_{Rd,p,a} \tag{161}$$

O valor do esforço axial resistente da armadura de pré-esforço, $N_{Rd,p,a'}$ vem dado pela expressão:

$$N_{Rd,p,q} = (f_{pd} - \sigma_{pd})A_p \tag{162}$$

Conforme facilmente se pode deduzir da observação das equações (158) a (161), ambos os procedimentos de verificação da segurança conduzem aos mesmos resultados:

$$N_{Ed,t-ff} \le N_{Rd,p,a}$$

$$N_{Ed,t} - \sigma_{pd} A_p = f_{pd} A_p - \sigma_{pd} A_p$$

$$N_{Ed,t} \le f_{pd} A_p$$

$$N_{Fd,t} \le N_{Rd,p,t}$$
(163)

desde que o aço de pré-esforço esteja em cedência, ou seja, desde que a extensão no cabo de pré-esforço seja superior à extensão de cedência:

$$\varepsilon_p \approx \Delta \varepsilon_p + \varepsilon_{p0} \ge \varepsilon_{pyd} = f_{pd}/E_p$$
 (167)

em que ε_{p0} é a extensão instalada no aço de pré-esforço para as condições de utilização. As equações de equilíbrio escrevem-se então:

$$\begin{aligned}
[M_{Rd} &= F_p Z_p \\
F_c &= F_p
\end{aligned} \tag{168}$$

A resultante das forças de compressão no betão pode ser obtida utilizando o diagrama parábola-retângulo ou o diagrama retangular conforme se ilustra na Figura 60 para secções retangulares em que a resultante pode ser escrita na forma $F_c = \chi_1 bx f_{cd}$ e o ponto de aplicação da força por $\chi_2 x$, sendo x a profundidade do eixo neutro e b a largura da secção. No Quadro 31 apresentam-se os valores de χ_1 e χ_2 para as várias classes de resistência do betão e para os dois diagramas de tensões no betão.

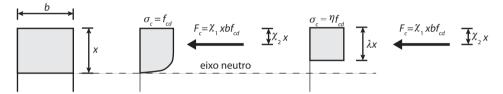


Diagrama parábola-retângulo:

Diagrama retangular:

$$\begin{split} \chi_1 &= 1 - \frac{\varepsilon_{c2}/\varepsilon_{cu2}}{n+1} & \chi_1 = \lambda \eta \\ \chi_2 &= 1 - \frac{0.5(n+1)(n+2) - (\varepsilon_{c2}/\varepsilon_{cu2})}{(n+1)(n+2)\chi_1} & \chi_2 = \lambda/2 \end{split}$$

Figura 60. Resultante das forças de compressão no betão

f_{ck}	diagrama parábola-retângulo				diagrama retangular				
(MPa)	ε_{c2}	ε_{cu2}	n	χ,	χ ₂	λ	η	χ,	χ ₂
≤ 50	2,0	3,5	2,00	0,8095	0,4160	0.8000	1.000	0.8000	0.4000
55	2,2	3,1	1,75	0,7419	0,3919	0.7875	0.975	0.7678	0.3938
60	2,3	2,9	1,60	0,6950	0,3772	0.7750	0.950	0.7363	0.3875
70	2,4	2,7	1,45	0,6372	0,3620	0.7500	0.900	0.6750	0.3750
80	2,5	2,6	1,40	0,5994	0,3548	0.7250	0.850	0.6163	0.3625
90	2,6	2,6	1,40	0,5833	0,3529	0.7000	0.800	0.5600	0.3500

Quadro 31. Valores de ε_{c2} , ε_{cu2} , n, χ_1 , χ_2 .

Na Figura 61 ilustram-se as extensões, as tensões, as forças internas e os esforços numa secção de betão pré-esforçado na rotura, na qual se considera o pré-esforço como ação. Neste caso, a força de pré-esforço é dada por

$$\Delta F_p = (f_{pd} - \sigma_{pd})A_p \tag{169}$$

ao esforço axial por $bd_p f_{cd'}$ obtêm-se equações adimensionais que podem ser genericamente utilizadas em qualquer secção retangular. No Quadro 32 apresentam-se as fórmulas para dimensionamento (cálculo da área de aço e eixo neutro) e verificação da segurança (cálculo do momento resistente e eixo neutro) quando se utilizam as equações adimensionais. São apresentadas as fórmulas para o diagrama retangular e para o diagrama parábola-retângulo. No Anexo B apresenta-se a resolução das equações (171) no caso de diagrama retangular e parábola-retângulo, que deram origem ao Quadro 32.

Quadro 32. Expressões para dimensionamento de armadura pré-esforçada.

Armadura e tipo de diagrama	х	Fórmulas
		$\omega_p = 1 - \sqrt{1 - 2\mu_p}$
Só armadura de pré-esforço Diagrama retangular, $f_{ck} \le 50 \text{ MPa}$		$\alpha_p = 1,25 \omega_p$
		$\mu_p = \omega_p \left(1 - 0.5 \omega_p \right)$
	0,5	$\mu_p = \omega_p \left(1 - 0.5 \omega_p \right)$
Armadura de pré-esforço e armadura ordinária		$\omega_s = 1 - k_p \omega_p - \sqrt{(k_p \omega_p - 1)^2 - 2(\mu_s - k_p^2 \mu_p)}$
Diagrama retangular, $f_{ck} \le 50 \text{ MPa}$		$\alpha_s = 1,25(k_p \omega_p + \omega_s)$
		$\mu_{s} = \omega_{p}(k_{p} - 0.5(k_{p}\omega_{p} + \omega_{s})) + \omega_{s}(1 - 0.5(k_{p}\omega_{p} + \omega_{s}))$
Só armadura de pré-esforço Diagrama parábola-retângulo Diagrama retangular, f _{ek} > 50 MPa		$\omega_p = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\chi\mu}}{2\chi}$
		$\alpha_s = \frac{\omega_p}{\chi_1}$
		$\mu_p = \omega_p (1 - \chi \omega_p)$
	$\frac{\chi_2}{\chi_1}$	$\mu_p = \omega_p (1 - \chi \omega_p)$
Armadura de pré-esforço e armadura ordinária		$\omega_{s} = \frac{(1 - 2\chi\omega_{p}) - \sqrt{(1 - 2\chi\omega_{p})^{2} - 4\chi(\mu_{s} - k_{p}^{2}\mu_{p})}}{2\chi}$
Diagrama parábola-retângulo Diagrama retangular, f _{ck} > 50 MPa		$\alpha_s = \frac{(k_p \omega_p + \omega_s)}{\chi_1}$
		$\mu_s = \omega_p(k_p - \chi(k_p\omega_p + \omega_s)) + \omega_s(1 - \chi(k_p\omega_p + \omega_s))$
$\omega_p = \frac{A_p f_{pd}}{b f_p f_{cd}} \qquad \mu_p = \frac{M_{Rd}}{b f_p^2 f_{cd}}$	α_{i}	$k_p = \frac{X}{d_p}$ $k_p = \frac{d_p}{d_s}$ $\chi = \frac{\chi_2}{\chi_1}$ $\Delta \varepsilon_p = \frac{1 - \alpha_p}{\alpha_p} \varepsilon_{cu2}$
$\omega_{s} = \frac{A_{s}f_{yd}}{bd_{s}f_{cd}} \qquad \mu_{s} = \frac{M_{Rd}}{bd_{s}^{2}f_{cd}}$	α_{\cdot}	$\varepsilon_{s} = \frac{X}{d^{s}} \qquad \varepsilon_{s} = \frac{1 - \alpha_{s}}{\alpha_{s}} \varepsilon_{cu2}$

Exemplo 22. Capacidade resistente em flexão de laje pré-esforçada em ULS

Considere uma pré-laje com espessura de 10 cm e uma largura de 2,0 m que possui uma armadura de 14 fios Y 1770 C 5,0 distantes 3,5 cm da face inferior. A laje vence um vão de 3,0 m. Determine a máxima carga que a laje suporta em ULS de flexão. Betão da laje C40/50.

```
\begin{split} f_{ck} &= 40 \text{ MPa;} & f_{cd} &= 40 \text{ / 1,5} = 26,7 \text{ MPa} \\ f_{pk} &= 1770 \text{ MPa;} & f_{p0.1k} = 1550 \text{ MPa;} & f_{pd} &= 1550 \text{ / 1,15} = 1345 \text{ MPa} \\ A_{p1} &= 0,1963 \text{ cm}^2/\text{fio;} & A_{p} &= 14 \times 0,1963 = 2,75 \text{ cm}^2 \\ & \omega &= 0,000275 \times 1345000 \text{ / 2,0 / 0,065 / 26700} = 0,1066 \\ & \mu &= 0,1066 \times (1-0,5 \times 0,1066) = 0,1009 \\ & M_{Rd} &= 0,1009 \times 0,065^2 \times 26700 = 11,4 \text{ kNm/m} \\ & \text{retirando o peso próprio obtém-se } q_{Fd} &= 8 \times 11,4 \text{ / 3,0}^2 - 1,35 \times 2,5 = 6,76 \text{ kN/m}^2 \end{split}
```

Exemplo 23. Capacidade resistente em flexão de viga em ULS

Considerar uma viga retangular pré-esforçada com 25,0 m de vão com dimensão 0,3x1,5 m². O cabo encontra-se a 0,15 m da face inferior da viga. O recobrimento mecânico das armaduras ordinárias é de 5 cm. Armaduras ordinárias: A500 NR SD. Armaduras de pré-esforço compostas por 15 cordões de aço Y 1860 S 7 15.2. Betão: C40/50. Dimensionar a viga em estado limite último para um momento de cálculo $M_{\rm Ed}$ = 3600 kNm.

```
\begin{array}{ll} f_{ck} = 40 \text{ MPa}; & f_{cd} = 40 \, / \, 1,5 = 26,7 \text{ MPa} \\ f_{pk} = 1860 \text{ MPa}; & f_{p0.1k} = 1600 \text{ MPa}; & f_{pd} = 1600 \, / \, 1,15 = 1390 \text{ MPa} \\ A_{p1} = 1,40 \text{ cm}^2/\text{cordão}; & A_p = 15 \text{ x } 1,4 = 21 \text{ cm}^2 \\ \\ \text{equações de equilíbrio:} \\ F_c = 0,3 \times 0,8 \times 26700x = 6408x & F_p = 0,0021 \times 1390000 = 2919 \text{ kN} \\ \hline \begin{cases} F_c = F_p + F_s \\ M_{Ed} = F_c(d_s - 0,4x) - F_p \times 0,1 \\ 3500 = 6408(1,45 - 0,4x)x - 291,9 \\ \end{cases} \\ \hline 2563x^2 = -9291x + 3791,9 = 0 \Rightarrow x = 0,4697m \\ A_s = (6408 \times 0,4697 - 2919)/435000 = 2,09 \text{ cm}^2 \\ \end{array}
```

5.1.2.2. Secções em T

As secções em T são muito utilizadas em betão armado ou pré-esforçado pois representam de certa forma secções otimizadas quando o banzo está comprimido, uma vez que, neste caso, o betão está localizado onde é necessário. Quando se calculam ou dimensionam secções T, podem ocorrer duas situações distintas: ou o eixo neutro se encontra no banzo ou na alma. Na primeira situação, quando o eixo neutro se encontra no banzo (ver Figura 64), o dimensionamento é efetuado como se a

secção fosse retangular utilizando a largura do banzo como largura da secção. Considerando-se a utilização do bloco retangular de tensões, o eixo neutro pode estar localizado a uma profundidade $1,25h_p$, uma vez que a para esta profundidade do eixo neutro a zona comprimida se situa ainda no banzo. Será necessário verificar que o aço se encontra no patamar de cedência e, caso tal não se verifique, refazer as equações considerando que o aço se encontra em regime elástico.

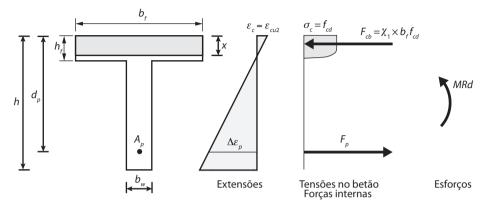


Figura 64. Secção em T – eixo neutro no banzo comprimido.

Na Figura 65 ilustra-se o caso em que o eixo neutro se localiza na alma da secção. No cálculo da profundidade do eixo neutro consideram-se as zonas exteriores à alma como estando totalmente sob uma tensão constante e igual a f_{cd} . As equações de equilíbrio apresentam-se também na Figura 65. As forças a considerar são a força de compressão nas zonas laterais do banzo, F_{cf} , a força de compressão na alma, F_{cw} , e a força de tração na armadura de pré-esforço, F_p . A equação de momentos é efetuada considerando momentos em torno do ponto de aplicação da força de compressão na alma.

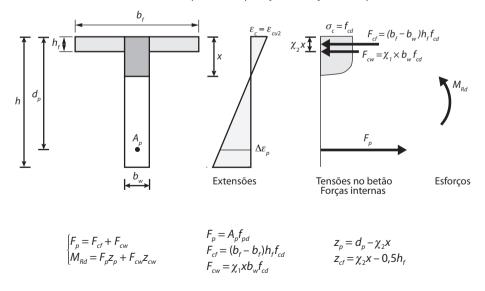


Figura 65 . Secção em T – eixo neutro na alma.

131

5.4. Zonas de amarração em pós-tensão

As zonas de amarração dos cabos de pré-esforço encontram-se submetidas a tensões muito elevadas sob as placas de ancoragem. Nestas zonas, podem ser identificadas duas regiões distintas às quais correspondem, normalmente, técnicos responsáveis pelo cálculo igualmente distintos:

- a) local, que é a região do dispositivo de amarração e área imediatamente envolvente;
- b) geral, que é a região que a envolve e se estende ao longo do cabo numa extensão de, aproximadamente, a dimensão da secção.

A região local pode ser considerada como um cilindro ou prisma com dimensões transversais aproximadamente iguais à soma da área projetada da placa de amarração com as distâncias laterais especificadas pelo fabricante do sistema. A sua extensão é igual à do sistema de amarração adicionada, pelo menos, da dimensão lateral da ancoragem. O dimensionamento desta zona é, em geral, da responsabilidade do fabricante do sistema e é composta por espirais e outros elementos que são, em geral, integrantes do próprio sistema de pré-esforço.

A região geral é aproximadamente prismática e tem as dimensões da altura do elemento. No caso de ancoragens intermédias, ou seja, não colocadas nas extremidades dos elementos estruturais, esta zona estende-se no prolongamento do cabo de um comprimento igual ao anteriormente mencionado. O dimensionamento desta zona é, geralmente, da responsabilidade do projetista de estruturas. Enquanto o dimensionamento da região local é, normalmente, standard para cada sistema de pré-esforço, o dimensionamento da região geral é dependente do número e da localização dos cabos e da geometria da secção do elemento estrutural, sendo, por isso, diferente em cada caso. O que a seguir se apresenta refere-se ao dimensionamento da região geral.

Na Figura 70 ilustram-se as trajetórias de tensões que ocorrem numa zona de ancoragem. Observa-se que a uma certa distância da aplicação da força, as tensões de compressão se encontram distribuídas de uma forma aproximadamente uniforme na secção transversal (conforme o Princípio de Saint-Venant) e que, devido à trajetória curva das compressões, surgem tensões de tração aproximadamente perpendiculares à direção de aplicação da força, que podem originar fendas paralelas à direção de aplicação da força. A existência destas trações e eventual formação de fendas obriga à colocação de armadura para garantir a segurança do elemento. Estas zonas de transição são designadas, no EC2, como zonas de descontinuidade ou zonas D.

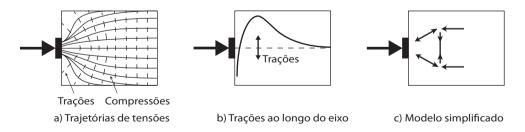


Figura 70. Trajetórias de tensões na zona de ancoragem.

- a) a altura da difusão da força, na direção desta, obtém-se das condições indicadas na Figura 73;
- b) o centro da área de distribuição de cálculo A_{c2} deverá estar na linha de acção que passa pelo centro da área carregada A_{c1} ;
- c) se na secção de betão atuar mais do que uma força de compressão, as áreas de distribuição de cálculo não se deverão sobrepor.

O valor a considerar para a força resistente deverá ser reduzido se a força não for uniformemente distribuída na área A_{c1} ou se existirem esforços transversos elevados. Contudo, o EC2 não apresenta as expressões para esta redução do esforço resistente.

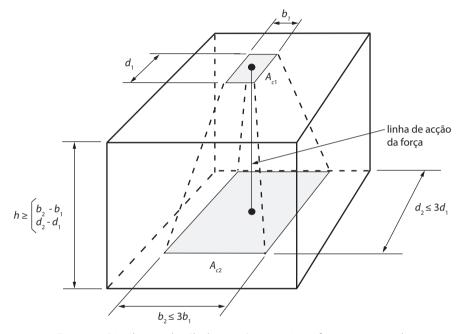


Figura 73. Distribuição de cálculo para áreas sujeitas a forças concentradas

Exemplo 29. Verificação de zona de aplicação do pré-esforço

Considere a amarração de um cabo de pré-esforço que transmite uma força de cálculo de 2000 kN numa viga retangular com 0.35×1.00 m². A carga encontra-se aplicada a uma distância de 0.1 m do centro de gravidade da secção. Betão C25/30 no momento de aplicação do pré-esforço. A área de aplicação da carga é de 0.27×0.27 m². Verifique a resistência do betão.

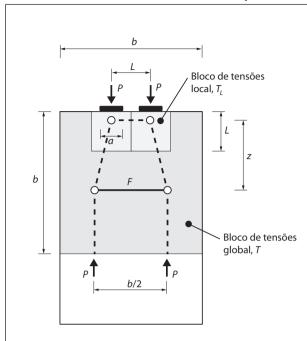
$$A_{c1} = 0.27 \times 0.27 = 0.0729 \text{ m}^2$$

 $A_{c2} = 0.35 \times 0.80 = 0.280 \text{ m}^2$
 $A_{c2}/A_{c1} = 0.280/0.0729 = 3.841$

$$F_{Rdu} = \sqrt{3,841} \times \frac{25000}{1,5} \times 0,0729 = 2381 \text{ kN}$$

 $F_{rdu} > F_{Edu} = 2000 \text{ kN (OK)}$

Quadro 35. Duas forças atuando próximas.



$$L \le \frac{b}{2}$$

$$F = \frac{1}{2} \frac{1 (b/2) - L}{z} P$$

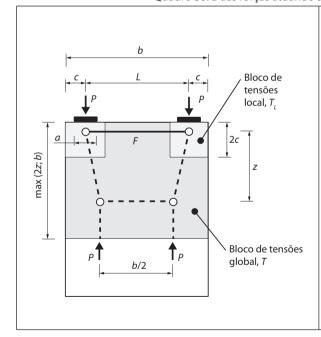
Para z = b/2

$$F = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2L}{b} \right) P$$

No bloco local:

$$F_L = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{0.5a}{c} \right) P$$

Quadro 36. Duas forças atuando afastadas.



$$L > \frac{b}{2}$$

$$F = \frac{1}{2} \frac{L - b/2}{z} P$$

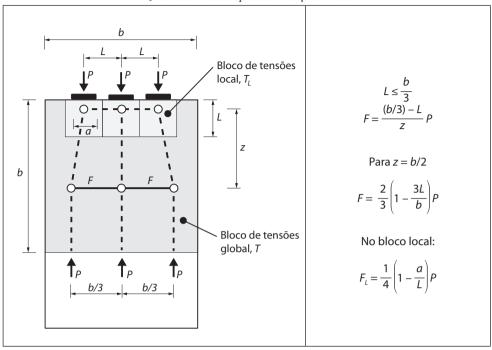
Para z = 0.6L

$$F = \frac{5}{6} \left(1 - \frac{b}{2L} \right) P$$

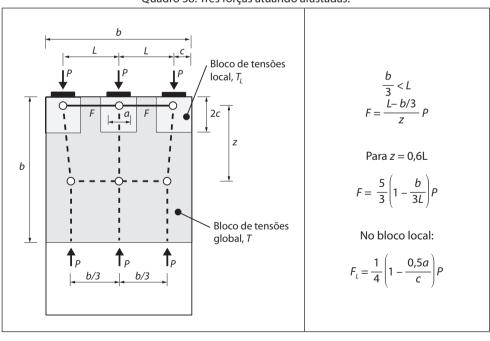
No bloco local:

$$F_L = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{0.5a}{c} \right) P$$

Quadro 37. Três forças atuando próximas.



Quadro 38. Três forças atuando afastadas.





Publindústria, Edições Técnicas Porto, 2016

Estruturas de Betão Pré-esforço

SOBRE O LIVRO

O livro apresenta as bases de dimensionamento de estruturas de betão pré-esforçado de acordo com o Eurocódigo 2 e pretende abranger todas as fases essenciais do dimensionamento de estruturas pré-esforcadas, da sua conceção até ao dimensionamento.

Nos últimos anos a regulamentação de estruturas foi uniformizada na Europa com a introdução dos Eurocódigos Estruturais. O Eurocódigo 2, que se refere às estruturas de betão armado e pré-esforçado tem vindo a ser progressivamente mais utilizado na prática corrente de projeto. O livro, que apresenta as bases de dimensionamento de estruturas de betão de acordo com o Eurocódigo 2, começa por apresentar as regras gerais de verificação da segurança em estruturas. Seguidamente são apresentadas as propriedades dos materiais betão e aço, bem como a sua interação, incluindo questões relacionadas com a durabilidade e amarração de varões. Apresenta depois as regras de dimensionamento em estado limite último de elementos de betão armado para o esforço axial, de flexão, esforço transverso, punçoamento e torção. Finalmente aborda o dimensionamento de elementos de betão para estados limites de utilização (limitação de tensões, fendilhação e deformação), que são cada vez mais condicionantes para uma construção mais durável e sustentável.

O livro Estruturas de Betão – Pré-eforço é fundamental para todos os que pretendem aprender a dimensionar estruturas de betão pré-esforçado e um elemento de consulta importante para todos os projetistas.

SOBRE O AUTOR

Nasceu em Ílhavo em 1968. Licenciou-se em Engenharia Civil em 1991 na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Realizou provas de Mestrado em Estruturas dois anos mais tarde, em 1993, tendo concluído o Doutoramento em Engenharia Civil no ano de 2000, também na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Recebeu o Prémio Engo António de Almeida em 1991, que distingue os alunos que concluíram a sua licenciatura com a classificação mais elevada igual ou superior a 16 valores.

Atualmente é Professor Associado com Agregação do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro onde é Diretor do Programa Doutoral em Engenharia Civil e Coordenador da Unidade de Investigação RISCO. Leciona disciplinas na área das estruturas desde 1997. Desenvolve investigação na área dos materiais estruturais, designadamente em madeira e betão. Entre 1993 e 1997 lecionou no Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho, disciplinas da área curricular de estruturas. É membro Sénior e Especialista em Estruturas pela Ordem dos Engenheiros. Pertence à CT 115 - Eurocódigos estruturais.

É autor e coautor de diversos livros e de artigos científicos publicados em revistas científicas internacionais bem como de várias comunicações e apresentações em congressos da especialidade.

Também disponível em formato e-book

