

JAIME SANTOS

ANÁLISE DE CIRCUITOS ELÉTRICOS



Autor

Jaime Santos

Título

Análise de Circuitos Elétricos

Editora

Publindústria, Edições Técnicas

Praça da Corujeira n.º 38 · 4300-144 PORTO

www.publindustria.pt

Distribuidor

Engebook - Conteúdos de Engenharia e Gestão

Tel. 220 104 872 · Fax 220 104 871

E-mail: apoiocliente@engebook.com · www.engebook.com

Revisão

Publindústria, Produção de Comunicação, Lda.

Design

Luciano Carvalho



A cópia legal viola os direitos dos autores.
Os prejudicados somos todos nós.

Copyright © 2016 | Publindústria, Produção de Comunicação, Lda.

Todos os direitos reservados a Publindústria, Produção de Comunicação, Lda.

Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida, no todo ou em parte, sob qualquer forma ou meio, seja eletrónico, mecânico, de fotocópia, de gravação ou outros sem autorização prévia por escrito do autor.

Este livro encontra-se em conformidade com o novo Acordo Ortográfico de 1990, respeitando as suas indicações genéricas e assumindo algumas opções específicas.

Para uma maior coerência ortográfica, e nos casos em que esta situação se verifique, converteram-se todos os textos transcritos à nova ortografia, independentemente de a edição original ser ou não anterior à adoção do novo Acordo Ortográfico.

CDU

621.3 Electrotecnia. Electrónica

ISBN

978-989-723-186-5 (Papel)

978-989-723-187-2 (E-book)

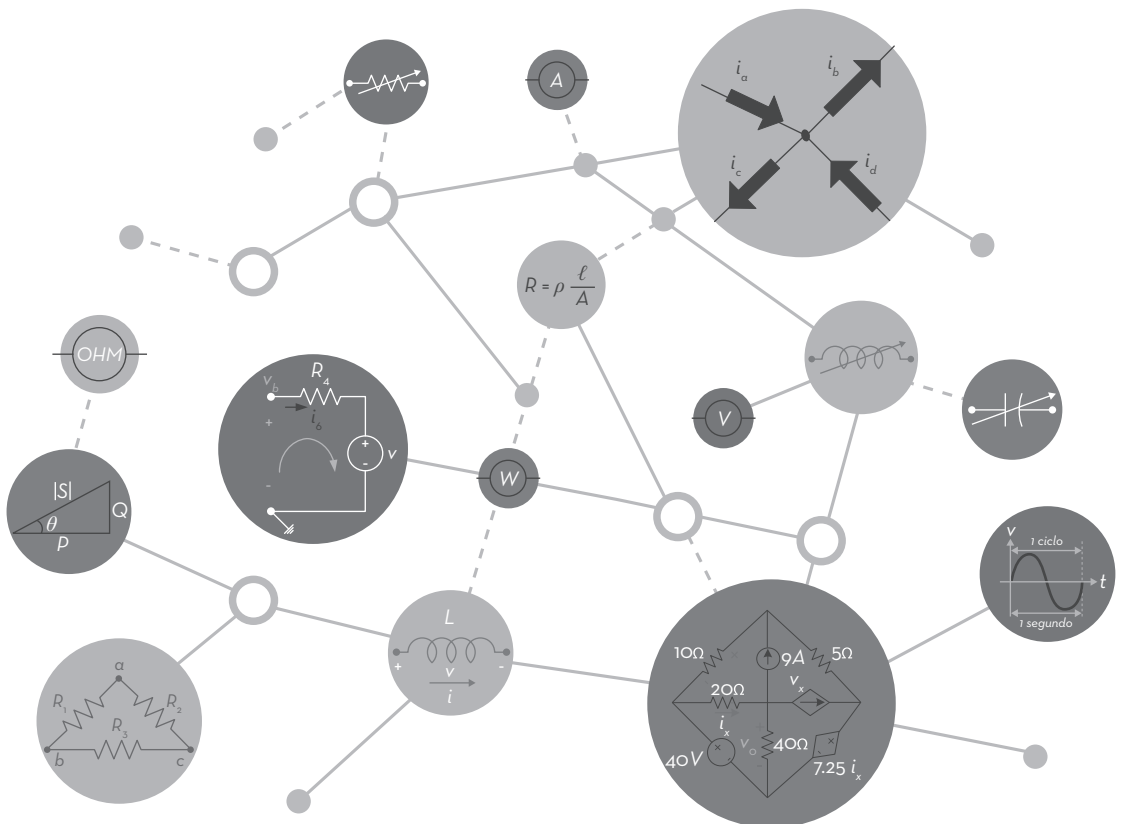
Engebook - Catalogação da publicação

Família: Electrotecnia

Subfamília: Análise de Circuitos e Sinais

JAIME SANTOS

ANÁLISE DE CIRCUITOS ELÉTRICOS



PREFÁCIO

Objetivos

Esta obra foi concebida com o objectivo de proporcionar uma introdução às técnicas fundamentais de análise de circuitos elétricos a leccionar em cursos de engenharia eletrotécnica e similares. Este livro compreende as unidades de conhecimento essenciais, a leccionar em dois semestres, tendo por o objectivo dotar os estudantes com as ferramentas de análise que permitam habilitá-los a desenvolver raciocínio e capacidade de resolução de circuitos elétricos lineares e não lineares.

As matérias estão dispostas de forma sequencial, de modo a facilitar a aprendizagem dos estudantes. Os primeiros seis capítulos são inteiramente dedicados à análise de circuitos em corrente contínua, com o objectivo de proporcionar ao estudante uma adequada prática, que permita enfrentar sem grandes dificuldades a segunda parte da matéria que engloba a análise sinusoidal em regime permanente (fasorial), análise em regime transitória usando a transformada de Laplace, estudo de funções periódicas usando as séries de Fourier e análise de redes de dois portos.

Em cada capítulo, são apresentados exemplos resolvidos bem como um conjunto de exercícios com a respetiva solução, incentivando o aluno a resolvê-lo, de modo a sedimentar as matérias apresentadas.

Organização

O capítulo I, providencia as definições básicas de grandezas fundamentais, tais como, carga, corrente, tensão e potência. É, ainda, dado a conhecer os elementos constituintes de um circuito elementar em corrente contínua, nomeadamente: resistência, fontes de tensão e de corrente independentes e dependentes. As leis de Kirchhoff, o circuito divisor de tensão, o circuito divisor de corrente e o equivalente triângulo-estrela são, também, aqui introduzidos com o objectivo de proporcionarem uma primeira abordagem à análise de circuito simples.

No capítulo II, são introduzidas as técnicas de análise de circuitos de maior complexidade, mais concretamente, o método das tensões nos nós, o método das correntes de malha, transformação de fontes, equivalentes de Thévenin e de Norton e teorema da sobreposição.

No capítulo III, são abordados dois novos elementos de circuito: indutância e capacidade, suas relações tensão-corrente, respectivas potências e energias armazenadas.

Nos capítulos IV, V e VI, é realizada uma primeira abordagem à análise da resposta de circuitos em regime transitório (com fontes dc), no domínio do tempo, usando equações diferenciais. Os circuitos de 1ª ordem são estudados nos capítulos IV e V e os de 2ª ordem surgem no capítulo VI.

O capítulo VII, introduz a análise sinusoidal em regime permanente. É dado grande ênfase à análise fasorial, nomeadamente, às relações fasoriais entre tensão e corrente para os diferentes elementos passivos de um circuito. Demonstra-se, ainda, que as técnicas apresentadas para a análise em corrente contínua, são aplicáveis à análise em regime sinusoidal permanente. É, ainda, introduzido um novo conceito de análise de circuitos: o *diagrama fasorial*.

No capítulo VIII, identificam-se as potências em jogo num circuito alimentado por uma fonte sinusoidal em regime permanente, mais concretamente: a potência média, a potência reactiva e a potência complexa. É, ainda, estabelecida a condição para máxima transferência de potência para uma determinada carga.

No capítulo IX, são introduzidos os circuitos trifásicos equilibrados, evidenciando-se as diferentes configurações possíveis bem como os processos de análise. São, ainda, deduzidas as expressões das potências para este tipo de circuitos bem como o procedimento para medição experimental da potência média num circuito polifásico, recorrendo a wattímetros. São, também, abordados os circuitos trifásicos desequilibrados e a sua caracterização usando as componentes simétricas.

O capítulo X, apresenta a metodologia de análise de circuitos com acoplamento magnético, de grande relevância para o estudo dos transformadores.

No capítulo XI, é processada a análise de circuitos RLC série e paralelo, quando alimentados por fontes sinusoidais de frequência variável.

No capítulo XII, procede-se à análise de funções periódicas usando séries de Fourier. O objectivo, é demonstrar a aplicabilidade desta técnica na análise de circuitos alimentados por fontes periódicas não-sinusoidais.

O capítulo XIII, introduz a transformada de Laplace e a sua aplicação na análise de circuitos em regime transitório. Demonstra-se as vantagens desta técnica, para este tipo de análise, quando comparada com o uso de equações diferenciais para o mesmo fim.

Finalmente, no capítulo XIV, procede-se à análise de circuitos contendo dois pares de terminais, vulgarmente conhecidos por redes de dois portos ou quadripolos. Esta matéria é de grande importância no estudo de linhas de transmissão e na análise de circuitos electrónicos.

ÍNDICE

1	DEFINIÇÃO DE GRANDEZAS ELÉTRICAS BÁSICAS, LEIS DE OHM E DE KIRCHHOFF	1
1.1	Noção de carga eléctrica.....	1
1.2	Corrente	2
1.3	Tensão	4
1.4	Potência	5
1.5	Elementos de circuito	6
1.6	Resistência eléctrica e lei de Ohm	9
1.7	Leis de Kirchhoff	11
1.8	Aplicação das Leis de Kirchhoff na análise de circuitos.....	14
1.9	Associação de resistências.....	16
1.9.1	Associação em série	16
1.9.2	Associação em paralelo	17
1.10	Circuito divisor de tensão	18
1.11	Circuito divisor de corrente.....	20
1.12	Equivalente triângulo-estrela.....	21
	Exercício 1.1.....	23
	Exercício 1.2.....	23
	Exercício 1.3.....	24
	Exercício 1.4.....	24
	Exercício 1.5.....	25
	Exercício 1.6.....	25
	Exercício 1.7.....	26
2	MÉTODOS DE ANÁLISE DE CIRCUITOS	27
2.1	Introdução.....	27
2.2	Considerações gerais	27
2.3.	Método das tensões nos nós	28
2.3.1	Método das tensões nos nós – Fontes de tensão isoladas em ramos do circuito.....	31
2.4	Método das correntes de malha	33

2.4.1	Método das correntes de malha – Casos particulares.....	36
2.5	Transformação de fontes.....	38
2.6	Equivalentes de Thévenin e de Norton.....	40
2.7	Máxima transferência de potência.....	46
2.8	Princípio da sobreposição.....	47
	Exercício 2.1.....	51
	Exercício 2.2.....	51
	Exercício 2.3.....	52
	Exercício 2.4.....	52
	Exercício 2.5.....	52
	Exercício 2.6.....	53
	Exercício 2.7.....	53
	Exercício 2.8.....	54
	Exercício 2.9.....	54
	Exercício 2.10.....	55
3	INDUTÂNCIA E CAPACIDADE.....	57
3.1	Introdução.....	57
3.2	Bobina.....	57
3.2.1	Corrente versus tensão numa bobina.....	58
3.2.2	Potência e energia numa bobina.....	59
3.3	Condensador.....	61
3.3.1	Tensão versus corrente num condensador.....	62
3.3.2	Potência e energia associadas a um condensador.....	63
3.4	Associação em série e em paralelo de bobinas e condensadores.....	66
3.4.1	Bobinas em série.....	66
3.4.2	Bobinas em paralelo.....	67
3.4.3	Condensadores em série.....	69
3.4.4	Condensadores em paralelo.....	70
	Exercício 3.1.....	73
	Exercício 3.2.....	73
	Exercício 3.3.....	74
	Exercício 3.4.....	74
	Exercício 3.5.....	75
	Exercício 3.6.....	75
4	CÍRCUITOS RL E RC - RESPOSTA NATURAL.....	77
4.1	Introdução.....	77
4.1	Resposta natural de um circuito RL	78
4.2.1	Cálculo da corrente.....	79

4.2.2	Cálculo da tensão, potência e energia.	81
4.3	Resposta natural de um circuito <i>RC</i>	85
4.3.1	Cálculo da tensão.	86
4.3.2	Cálculo da corrente, potência e energia.	88
	Exercício 4.1.	92
	Exercício 4.2.	92
	Exercício 4.3.	93
	Exercício 4.4.	93
5	RESPOSTA EM DEGRAU DE CIRCUITOS <i>RL</i> E <i>RC</i>	95
5.1	Introdução.....	95
5.2	Resposta em degrau de um circuito <i>RL</i>	95
5.3	Resposta em degrau de um circuito <i>RC</i>	105
	Exercício 5.1.	112
	Exercício 5.2.	112
	Exercício 5.3.	113
	Exercício 5.4.	113
	Exercício 5.5.	114
	Exercício 5.6.	114
	Exercício 5.7.	115
	Exercício 5.8.	115
	Exercício 5.9.	116
	Exercício 5.10.	116
6	RESPOSTA NATURAL E EM DEGRAU DE CIRCUITOS <i>RLC</i>	117
6.1	Considerações gerais	117
6.2	Resposta natural de um circuito <i>RLC</i> paralelo.....	117
6.2.1	Resposta em tensão sobreamortecida	121
6.2.2	Resposta em tensão subamortecida.....	125
6.2.3	Resposta em tensão com amortecimento crítico.	131
6.3	Respostas natural de um circuito <i>RLC</i> série.....	134
6.4	Resposta em degrau de um circuito <i>RLC</i> em paralelo.	142
6.5	Resposta em degrau de um circuito <i>RLC</i> série.....	148
	Exercício 6.1.	154
	Exercício 6.2.	154
	Exercício 6.3.	155
	Exercício 6.4.	156
	Exercício 6.5.	156
	Exercício 6.6.	157
	Exercício 6.7.	157

Exercício 6.8.	158
Exercício 6.9.	159
Exercício 6.10.	160
7 ANÁLISE SINUSOIDAL EM REGIME PERMANENTE	161
7.1 Introdução.....	161
7.2 Fonte sinusoidal	161
7.3 Noção de fasor.....	166
7.3.1 Diagramas fasoriais.....	167
7.4 Elementos passivos no domínio fasorial.....	168
7.4.1 Relação $V - I$ para uma resistência.....	168
7.4.2 Relação $V - I$ para uma bobina.....	169
7.4.3 Relação $V - I$ para uma capacidade.....	170
7.5 Leis de Kirchhoff no domínio fasorial.....	172
7.5.1 Lei da tensão de Kirchhoff	172
7.5.2 Lei da corrente de Kirchhoff.....	173
7.6 Associação e equivalência de impedâncias.....	173
7.6.1 Associação de impedâncias em série.....	173
7.6.2 Associação de impedâncias em paralelo.....	174
7.6.3 Equivalente triângulo-estrela e estrela-triângulo.....	175
7.7 Transformações de fontes e equivalentes de Thévenin e Norton.....	176
Exercício 7.1	186
Exercício 7.2	186
Exercício 7.3	187
Exercício 7.4	187
Exercício 7.5	187
Exercício 7.6	188
Exercício 7.7	188
Exercício 7.8	189
Exercício 7.9	189
Exercício 7.10	190
8 POTÊNCIAS EM REGIME SINUSOIDAL PERMANENTE	191
8.1 Introdução.....	191
8.2 Potência instantânea, média e reativa.....	191
8.2.1 Circuito puramente resistivo	194
8.2.2 Circuito puramente indutivo.....	194
8.2.3 Circuito puramente capacitivo.....	195
8.3 Valor eficaz (rms) de uma ONDA periódica.....	198
8.4 Potência complexa	200

8.4.1	Formas alternativas para a potência complexa	202
8.5	Máxima transferência de potência.....	205
8.6	Correção do fator de potência.....	209
8.7	Instrumento de medida da potência média.....	213
	Exercício 8.1	214
	Exercício 8.2	214
	Exercício 8.3	215
	Exercício 8.4	215
	Exercício 8.5	216
	Exercício 8.6	216
	Exercício 8.7	217
	Exercício 8.8.	217
	Exercício 8.9.	218
	Exercício 8.10	218
9	CIRCUITOS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS.....	219
9.1	Introdução.....	219
9.2	Sistema de tensões trifásico equilibrado.	219
9.3	Fontes de tensão trifásicas.....	221
9.4	Configuração estrela – estrela (Y-Y).....	223
9.5	Configuração estrela-triângulo	229
9.6	Análise de um circuito triângulo - estrela	234
9.7	nálise de um circuito triângulo – triângulo.....	236
9.8	Cálculo de potências em circuitos trifásicos equilibrados.....	238
9.8.1	Potências numa carga equilibrada em estrela.....	239
9.8.2	Potências numa carga equilibrada em triângulo.....	241
9.8.3	Potência instantânea em circuitos trifásicos equilibrados.....	244
9.8.4	Sistemas trifásicos desequilibrados.....	245
9.9	Medição da potência média em circuitos trifásicos	249
9.9.1	Método dos dois wattímetros	249
	Exercício 9.1.	254
	Exercício 9.2	254
	Exercício 9.3	255
	Exercício 9.4	256
	Exercício 9.5	256
	Exercício 9.6	257
	Exercício 9.7.....	258
	Exercício 9.8	259
	Exercício 9.9	260
	Exercício 9.10	261

10	ACOPLAMENTO MAGNÉTICO.....	263
10.1	Introdução.....	263
10.2	Auto-indutância.....	264
10.3	Indutância mútua.....	265
10.4	Polaridade das tensões induzidas mútuas.....	268
10.4.1	Uso da convenção do ponto na análise de circuitos acoplados.....	270
10.5	Energia armazenada em bobinas acopladas.....	274
	Exercício 10.1.....	281
	Exercício 10.2.....	281
	Exercício 10.3.....	282
	Exercício 10.4.....	282
	Exercício 10.5.....	283
11	RESSONÂNCIA SÉRIE E PARALELO.....	285
11.1	Introdução.....	285
11.2	Ressonância em paralelo.....	285
11.3	Ressonância em série.....	295
11.3.1	Comportamento da tensão nos elementos reativos num circuito série, em ressonância.....	300
11.4	Mudança de escalas.....	304
	Exercício 11.1.....	306
	Exercício 11.2.....	306
	Exercício 11.3.....	307
	Exercício 11.4.....	308
	Exercício 11.5.....	308
	Exercício 11.6.....	309
	Exercício 11.7.....	310
	Exercício 11.8.....	310
12	SÉRIES DE FOURIER.....	311
12.1	Considerações gerais.....	311
12.2	Séries de Fourier trigonométricas.....	311
12.3	Coeficientes de Fourier.....	313
12.4	O efeito da simetria no cálculo dos coeficientes de Fourier.....	317
12.4.1	Simetria par.....	317
12.4.2	Simetria ímpar.....	319
12.4.3	Simetria de meia-onda.....	320
12.5	Séries de Fourier aplicadas à análise de circuitos.....	329
12.6	Potência média de uma função periódica.....	332
12.7	Valor eficaz de uma função periódica.....	334

12.8	Forma exponencial complexa das séries de Fourier	336
	Exercício 12.1.	341
	Exercício 12.2	341
	Exercício 12.3	342
	Exercício 12.4	342
	Exercício 12.5	343
	Exercício 12.6	343
	Exercício 12.7.....	344
	Exercício 12.8.....	345
	Exercício 12.9.....	345
	Exercício 12.10.....	346
13	TRANSFORMADA DE LAPLACE	347
13.1	Introdução.....	347
13.2	Definição da transformada de Laplace.....	347
13.3	Transformada de Laplace de funções.	348
13.3.1	Função degrau.	348
13.3.2	Função impulso.	349
13.4	Propriedades da transformada de Laplace.....	352
13.4.1	Linearidade.	352
13.4.2	Mudança de escala	354
13.4.3	Deslocamento no tempo	354
13.4.4	Deslocamento na frequência	355
13.4.5	Diferenciação no tempo	355
13.4.6	Diferenciação na frequência.....	356
13.4.7	Integração no tempo.....	357
13.5	Cálculo da transformada inversa de Laplace.....	359
13.5.1	Expansão em frações parciais: funções racionais próprias.....	359
13.5.2	Expansão em frações parciais: funções racionais impróprias.	364
13.6	Valor inicial e valor final.	367
13.7	A transformada de Laplace na análise de circuitos.	369
13.7.1	Elementos de circuito no domínio de s	370
13.8	Análise de circuitos no domínio de s	372
13.9	Variáveis de estado.....	378
	Exercício 13.1.	382
	Exercício 13.2.	382
	Exercício 13.3.	383
	Exercício 13.4.	383
	Exercício 13.5.	384
	Exercício 13.6.	384
	Exercício 13.7.	385

Exercício 13.8.	385
Exercício 13.9.	386
Exercício 13.10.	386
14 QUADRIPOLOS.....	387
14.1 Introdução.....	387
14.2 Parâmetros de uma rede de dois portos.....	388
14.2.1 Parâmetros de admitância	388
14.2.2 Parâmetros de impedâncias	392
14.2.3 Parâmetros híbridos.....	398
14.2.4 Parâmetros de transmissão	403
14.3 Relações entre parâmetros	407
14.4 Redes de dois portos recíprocas e simétricas	409
14.5 Redes ativas.....	411
Exercício 14.1.	416
Exercício 14.2.	417
Exercício 14.3.	418
Exercício 14.4.	418
Exercício 14.5.	419
Exercício 14.6.	419
Exercício 14.7.	420
Exercício 14.8.	420
Exercício 14.9.	421
Exercício 14.10.	422

CAPÍTULO 1

DEFINIÇÃO DE GRANDEZAS ELÉCTRICAS BÁSICAS, LEIS DE OHM E DE KIRCHHOFF

1.1 - NOÇÃO DE CARGA ELÉCTRICA

A noção de carga eléctrica, pode ser introduzida através da visualização de uma experiência muito simples. Se friccionarmos uma vareta de ebonite (vidro) num pano de lã e a aproximar-mos de um material leve, verifica-se que este tem tendência a aproximar-se e posteriormente a afastar-se, i.e., uma força de atracção e de repulsão é verificada entre a vareta e o material. Aproximando, agora, o material ao pano de lã, há lugar a uma força de atracção entre eles.

As forças exibidas são designadas por forças eléctricas, causadas pela presença de cargas eléctricas no material, na vareta de ebonite e no pano de lã. O facto de se verificarem forças eléctricas de atracção e repulsão sugere a existência de dois tipos de carga: positiva e negativa.

A seguinte questão deve ser colocada. Como se explica este fenómeno? O facto de se friccionar a vareta com o pano, leva a que se verifique uma transferência de cargas negativas para a ebonite, ficando esta com excesso de cargas negativas e o pano de lã desprovido destas cargas, i.e., com excesso de cargas positivas. Quando se aproxima o material leve da vareta, verifica-se uma força de atracção entre eles. Caso se verifique o contacto, existirá uma transferência de parte da carga negativa da vareta para o material. Deste modo os dois corpos passam a ter cargas com o mesmo sinal, o que origina uma força de repulsão entre eles.

Como informação, refira-se que um electrão possui uma massa de 9.10956×10^{-31} Kg, enquanto a do protão (neutrão) é 1840 vezes superior.

A unidade de carga é o Coulomb, em homenagem a Charles Coulomb, a primeira personalidade a realizar medições quantitativas credíveis da força entre duas cargas, cuja definição é a seguinte: *duas partículas pequenas, com cargas do mesmo tipo, que se encontrem no vácuo separadas de 1 m e que exerçam entre si uma força de repulsão de $10^{-7} c^2$ N, possuem uma carga idêntica de mais ao menos 1 C.* A grandeza c representa a velocidade da luz (2.997925×10^8 m/s).

A carga deve ser simbolizada por Q ou q , sendo a letra maiúscula reservada para a carga invariável no tempo (constante) e a letra minúscula para o caso geral de uma carga variável no tempo. Esta é também designada por valor instantâneo da carga, realçando-se a sua dependência temporal ao representá-la na forma $q(t)$.

1.2 - CORRENTE

A ideia de transferência de carga ou carga em movimento, definida na secção anterior, é de grande importância no estudo de circuitos eléctricos uma vez que, se é possível movimentar carga de um lugar para outro, também é possível transferir energia de um ponto para outro.

Carga em movimento representa uma corrente. A corrente presente num percurso discreto, p.ex., fio metálico, possui uma amplitude e direcção associadas, apresentando-se como uma medida da taxa de movimento de carga, numa dada direcção. Especificando-se um ponto de referência, podemos definir $q(t)$ como sendo a carga total que passou por esse ponto considerando-se um tempo inicial arbitrário $t=0$.

É possível, agora, considerar a taxa à qual se verifica a transferência de carga. Assim, no intervalo de tempo variando de t a $(t + \Delta t)$, a quantidade de carga transferida no ponto de referência variou de q para $(q+\Delta q)$. Assim, a taxa de transferência de carga através do ponto de referência, para um tempo t , é aproximadamente igual a $\Delta q/\Delta t$ e, à medida que o intervalo Δt decresce, o valor exacto desta taxa é dado pela derivada

$$\frac{dq}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q(t + \Delta t) - q(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (1.1)$$

A corrente num dado ponto, fluindo numa direcção específica, pode ser definida como a taxa instantânea com que carga positiva se move nessa direcção. Esta é simbolizada por I ou i , pelo que

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1.2)$$

A unidade de corrente é o ampere (A) em homenagem a A. M. Ampère. Saliente-se que o uso da letra minúscula está associado a um valor instantâneo.

A carga transferida entre o tempo t_0 e t , pode ser representada através do integral

$$q \Big|_{t_0}^t = \int_{t_0}^t i \, dt, \quad (1.3)$$

pelo que a carga total transferida, é o resultado da soma de $q(t_0)$ com o integral da expressão (1.3):

$$q(t) = \int_{t_0}^t i \, dt + q(t_0), \quad (1.4)$$

em que $q(t_0)$ constitui a carga transferida até ao instante $t=t_0$.

A figura 1.1 ilustra três importantes formas de correntes. Uma corrente que se mantenha constante é designada por corrente contínua ou simplesmente corrente *d.c.* (ver figura 1.1a). A corrente mostrada na figura 1.1b varia de forma sinusoidal com o tempo sendo, por isso, referida como corrente alternada ou corrente *a.c.* A figura 1.1c ilus-

tra um andamento exponencial decrescente, caracterizando um comportamento transitório da corrente.

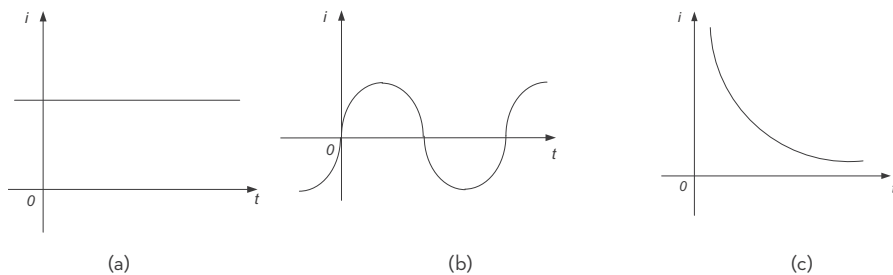


Figura 1.1 - Formas de corrente: (a) corrente contínua (dc); (b) corrente alternada sinusoidal (ac); (c) corrente exponencial decrescente.

O símbolo gráfico para a corrente, consiste numa seta que é colocada próximo do condutor. Assim, uma corrente positiva de 2 ampere, fluindo no sentido ilustrado na figura 1.2a, é o mesmo que representar uma corrente negativa de igual valor fluindo na direção oposta (fig.1.2b).

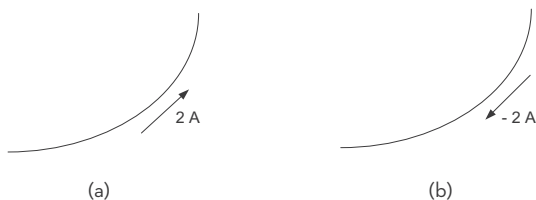


Figura 1.2 - Dois processos de representação para a mesma corrente

Por convenção, a corrente é definida como o movimento de cargas positivas, apesar de o fluxo de corrente em condutores metálicos resultar do movimento de electrões. Em gases ionizados, soluções electrolíticas e em semicondutores, os elementos carregados positivamente constituem parte ou a totalidade da corrente. Assim, qualquer definição de corrente concorda apenas em parte com a natureza física da condução.

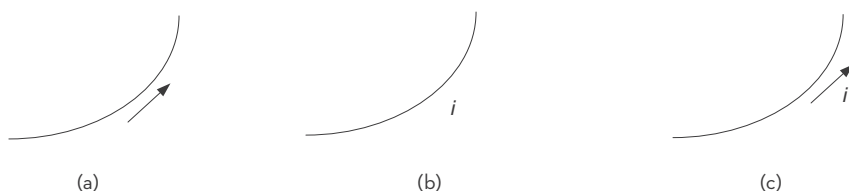


Figura 1.3 - Representação da corrente: (a) e (b) incompletas (incorretas); (c) correta

Em resumo, para que uma corrente se apresente corretamente caracterizada num dado circuito, é necessário ter em atenção o seguinte: a seta que simboliza a corrente, por si só,

não indica a direção efectiva do fluxo de corrente, sendo apenas parte da convenção que permite definir a corrente num condutor sem ambiguidade, pelo que a especificação da amplitude é de essencial importância. A figura 1.3a-c, exemplifica o exposto.

1.3 - TENSÃO

Antes de se definir o que se entende por tensão, é conveniente adquirir, primeiramente, a noção de elemento de um circuito, em termos gerais. Um elemento de circuito básico, possuindo dois terminais, é representado na figura 1.4.

Existem dois percursos possíveis para a corrente no elemento. Vamos admitir que uma corrente contínua é dirigida ao terminal A, percorre o elemento e sai no terminal B. Assuma-se, também, que a passagem de carga através do elemento conduz a gasto de energia. Isto significa que, para mover a carga do ponto A para o ponto B, é necessário a acção de uma força eletromotriz. Pode-se referir, então, que existe uma tensão ou diferença de potencial entre os dois terminais, a qual identifica o trabalho necessário para mover uma carga positiva de $1C$ de um terminal para outro, i.e.,

$$v_{AB} = \frac{dw_{AB}}{dq} \quad (1.5)$$

A unidade de tensão é o Volt (V) e 1 V é o mesmo que 1 Joule/Coulomb. Em termos de simbologia, a tensão é representada por V ou v .

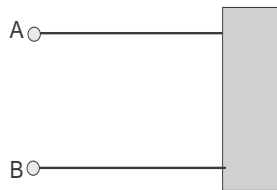


Figura 1.4 - Elemento de um circuito genérico, caracterizado por um par de terminais.

É importante, agora, estabelecer uma convenção a partir da qual seja possível fazer a distinção entre energia fornecida a um elemento por uma fonte externa e energia fornecida pelo próprio elemento a outros elementos existentes no circuito. Uma forma conveniente de o fazer, passa pela seleção da polaridade do terminal A em relação ao terminal B. Assim, convencionou-se que, se uma corrente positiva entra no terminal A do elemento e se uma fonte externa tem de desenvolver trabalho para estabelecer esta corrente então, o terminal A é positivo em relação ao terminal B. Em termos gráficos, a tensão é indicada por um par de sinais +/- . Na figura 1.5a, por exemplo, a colocação do sinal + no terminal A indica que este é 2 V volts positivo em relação ao terminal B. Na fig.1.5b, é ilustrada uma representação equivalente a (a), em que terminal B é -2 V positivo em relação a A. Esta equivalência é facilmente demonstrado através da troca da polaridade dos terminais (A, B) e do sinal da amplitude da tensão ($- \rightarrow +$).



Figura 1.5 - Representações equivalentes para a mesma tensão: (a) terminal A é 2 V positivo em relação a B; (b) terminal B é -2 V positivo em relação a A.

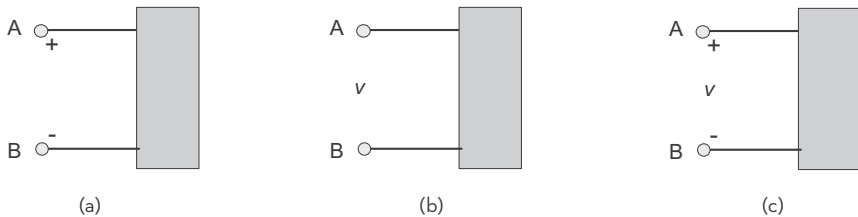


Figura 1.6 - Representação da tensão: (a) e (b) incompletas (incorretas); (c) correta.

À semelhança do exposto para a corrente elétrica, é importante referir que uma tensão ou ddp só é considerada devidamente caracterizada se apresentar a polaridade e amplitude. A figura 1.6 ilustra o exposto. Em resumo, os sinais +/- são parte integrante da definição de uma tensão.

1.4 - POTÊNCIA

Embora a tensão e a corrente sejam as grandezas que regem o comportamento de um circuito elétrico, na prática, é usada uma outra grandeza, designada por *potência*, que para além de caracterizar os equipamentos determina o valor da *energia* a pagar pelos consumidores. É importante definir, agora, uma expressão que traduza a potência absorvida por um qualquer elemento de circuito, em função da tensão aplicada aos seus terminais e da corrente que o percorre. *Potência traduz a taxa à qual se verifica dispêndio de energia ao longo do tempo.*

$$p = \frac{dw_{AB}}{dt} \quad (1.6)$$

Reportando-nos à figura 1.5a, como exemplo, verifica-se não ser possível fazer considerações acerca do processo de transferência de energia, enquanto o sentido da corrente não for estabelecido. Vamos admitir que a seta que identifica a corrente é colocada sobre o condutor que liga o terminal A, é dirigida para a direita e possui uma amplitude de +5 A. Então, nestas circunstâncias, diz-se que está a ser *fornecida energia ao elemento* ou que o elemento obedece à designada *convenção de sinal passivo* (a corrente

CAPÍTULO 4

CIRCUITOS RL E RC - RESPOSTA NATURAL

4.1 - INTRODUÇÃO

No capítulo III foi estudado o comportamento de bobinas e condensadores ideais. Foi referido, então, que esses elementos de circuito possuem a capacidade de armazenar energia. Neste capítulo, procurar-se-á quantificar e caracterizar o comportamento da corrente e tensão, como resultado do fornecimento da energia previamente armazenada numa bobina ou condensador para um circuito puramente resistivo. Por questões de simplicidade, limita-se o estudo a circuitos contendo uma bobina e uma resistência (RL) e circuitos contendo um condensador e uma resistência (RC). Existindo no circuito mais de que uma bobina (condensador), estes podem ser associados de modo a obter-se o equivalente, de acordo com o exposto no capítulo III. O mesmo se aplica a elementos resistivos.

Para as duas configurações mencionadas (RL e RC), dois modos de alimentação dos circuitos podem ser considerados: (i) *Ausência de fontes independentes* aplicada às configurações; a resposta do circuito, designada por *resposta natural*, é determinada apenas pela natureza dos elementos passivos, assumindo-se que previamente foi armazenada energia nos elementos bobina ou condensador; (ii) *uso de fontes independentes* para excitação dos circuitos em causa.

Na análise das diferentes configurações envolvendo os três elementos passivos a realizar no capítulo IV, V e VI, serão apenas consideradas fontes *dc*. Para a caracterização da resposta das configurações RL e RC , com e sem *fontes de excitação independentes* aplicadas, serão usadas as leis de Kirchhoff de modo semelhante ao verificado aquando da análise de circuitos resistivos. Todavia, a aplicação das leis de K. aos circuitos RL e RC originam equações diferenciais, enquanto a sua aplicação em circuitos puramente resistivos conduz a equações algébricas. A diferença reside apenas no facto de equações diferenciais apresentarem um maior grau de dificuldade, do ponto de vista da resolução. Para os circuitos em questão, as equações diferenciais são de primeira ordem, pelo que estes são, também, conhecidos por circuitos de *primeira ordem*.

Neste capítulo aborda-se a *resposta natural* dos circuitos RL e RC , isto é, a resposta do circuito (tensão e/ou corrente), é devida apenas à energia previamente armazenada nos elementos bobina (condensador) e à natureza do circuito, visto não existirem quaisquer fontes externas. Os circuitos em causa são largamente aplicados em sistemas de controlo, de comunicações, eletrónicos e de energia.

RESPOSTA NATURAL:

Ausência de fontes: a resposta do circuito é devida apenas à natureza dos elementos do circuito.

4.1 - RESPOSTA NATURAL DE UM CIRCUITO RL .

De acordo com o exposto, um circuito RL consiste na configuração série dos elementos em causa, como se representa na fig. 4.1. A análise deste circuito tem por objetivo o cálculo da sua resposta. Tratando-se de um circuito série, é vantajoso iniciar a análise, calculando a corrente que o percorre, uma vez que a caracterização das tensões na bobina e resistência fica facilitada.

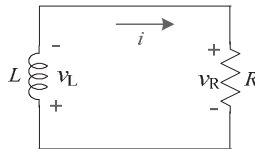


Figura 4.1 - Circuito RL : resposta natural

A fim de caracterizar a resposta do circuito da fig. 4.1, nomeadamente, calculando a evolução da corrente e tensões mencionadas, aquando da libertação da energia armazenada na bobina, considere-se, o circuito mostrado na figura 4.2a. Assuma-se que a fonte de tensão independente permaneceu ligada (através de um interruptor) à configuração RL durante um longo período de tempo e que no instante $t = 0$, foi desligada, com a abertura do interruptor.

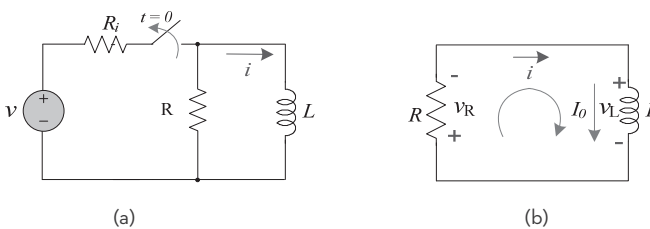


Figura 4.2 - (a) Circuito de carga da bobina; (b) Circuito para $t \geq 0$

Antes da abertura do interruptor, apenas existiam correntes dc no circuito. Nestas circunstâncias e de acordo com a Eq. (3.1), a bobina comporta-se como um curto-circuito, pelo que toda a corrente fornecida pela fonte vai passar pela bobina. Assim, da figura 4.2a, verifica-se que a corrente inicial na bobina é determinada pela relação entre a tensão da fonte e a sua resistência interna, *i.e.*, $i(0) = v/R_i = I_0$. No instante $t = 0$, o interruptor é aberto, resultando o circuito da fig. 4.2b, para o qual se pretende avaliar as grandezas $i(t)$ e $v(t)$ para $t \geq 0$.

4.2.1 - Cálculo da corrente.

Para o cálculo de $i(t)$, vamos aplicar a lei da tensão de Kirchhoff, ao circuito da fig. 4.2b, usando o sentido de circulação especificado. Assim, somando as tensões ao longo do percurso fechado, vem:

$$v_L + v_R = 0 \quad (4.1)$$

ou, usando a Eq. (3.1) e a lei de Ohm,

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0, \quad (4.2)$$

A Eq. (4.2) é conhecida por equação diferencial de primeira ordem, pelo facto de conter um termo envolvendo a derivada de uma grandeza. Como os coeficientes R e L são constantes, a equação (4.2) caracteriza uma equação diferencial com coeficientes constantes. Assim, com vista à obtenção da solução para a corrente, mova-se o termo Ri e L para o segundo membro e multiplique-se ambos os lados por dt . Assim,

$$\frac{di}{dt} dt = - \frac{R}{L} i dt. \quad (4.3)$$

Rearranjando (4.3), vem:

$$\frac{di}{i} = - \frac{R}{L} dt. \quad (4.4)$$

Aplicando integrais a ambos os lados de (4.4),

$$\int_{i(t_0)}^{i(t)} \frac{di}{i} = - \frac{R}{L} \int_{t_0}^t dt \quad (4.5)$$

com $i(t_0)$ identificando a corrente inicial e $i(t)$ a corrente para o tempo t . Considerando $t_0 = 0$, então $i(0) = I_0$, caracterizando a corrente (energia) inicial na bobina. Resolvendo os integrais vem:

$$\ln \left(\frac{i(t)}{i(0)} \right) = - \frac{R}{L} t, \quad (4.6)$$

Aplicando o inverso do logaritmo resulta,

$$i(t) = i(0) e^{-(R/L)t} \quad (4.7)$$

Recorde-se que, de acordo com o circuito da fig. 4.2a, a corrente na bobina possui o valor I_0 , antes da abertura do interruptor. Por outro lado, como foi exposto no capítulo III, não se pode verificar uma variação instantânea da corrente numa bobina. Assim, a corrente na bobina mantém o valor I_0 , no instante imediatamente após a abertura do interruptor. Deste modo, usando $t=0^-$ para caracterizar o tempo imediatamente antes da abertura do interruptor e $t=0^+$ para designar o tempo imediatamente após a abertura do interruptor, então,

$$i(0^-) = i(0^+) = I_0. \quad (4.8)$$

Atendendo a que a corrente inicial I_0 possui a mesma orientação que a corrente i (ver fig. 4.2b), da Eq. (4.7) resulta a seguinte solução para a corrente $i(t)$,

$$i(t) = I_0 e^{-(R/L)t}, \quad t \geq 0. \quad (4.9)$$

Verifica-se que a corrente assume, inicialmente, o valor I_0 e decresce exponencialmente com o tempo, como ilustrado na fig. 4.3.

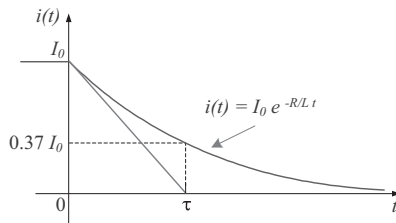


Figura 4.3 - Resposta em corrente do circuito da figura 4.2b.

A taxa de decrescimento da corrente, é determinada pelo termo R/L . O inverso desta relação é designada por *constante de tempo* (τ). Assim,

$$\tau = \frac{L}{R}. \quad (4.10)$$

Usando a constante de tempo, a Eq. (4.9) pode ser escrita na seguinte forma,

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}, \quad t \geq 0. \quad (4.11)$$

A constante de tempo, revela-se um parâmetro importante na medida da taxa de decaimento da corrente e na determinação da inclinação inicial da resposta da corrente. A taxa

ANÁLISE DE CIRCUITOS ELÉTRICOS

JAIME SANTOS

Sobre o Livro

Objetivos

Esta obra foi concebida com o objectivo de proporcionar uma introdução às técnicas fundamentais de análise de circuitos elétricos a leccionar em cursos de engenharia eletrotécnica e similares.

Organização

O capítulo I, introduz as definições básicas de grandezas fundamentais, tais como, carga, corrente, tensão e potência bem como a noção de elemento ativo e passivo, lei de ohm e leis de Kirchhoff.

No capítulo II, são apresentados métodos avançados de análise de circuitos, transformação de fontes, equivalentes de Thévenin e de Norton e teorema da sobreposição.

No capítulo III, são abordados dois novos elementos de circuito: bobina e condensador; relações tensão-corrente, potências e energias armazenadas, respetivas.

Nos capítulos IV, V e VI, é realizada uma primeira abordagem à análise da resposta de circuitos em regime transitório (com fontes dc), no domínio do tempo, usando equações diferenciais.

O capítulo VII, introduz a análise sinusoidal em regime permanente. É dada ênfase à análise no domínio fasorial.

No capítulo VIII, identificam-se as potências em circuitos AC em regime permanente.

No capítulo IX, são introduzidos os circuitos trifásicos equilibrados e as configurações possíveis. É feita referência aos circuitos trifásicos desequilibrados e a sua análise usando as componentes simétricas.

O capítulo X, apresenta a metodologia de análise de circuitos com acoplamento magnético.

No capítulo XI, é processada a análise de circuitos RLC série e paralelo, quando alimentados por fontes sinusoidais de frequência variável.

No capítulo XII, procede-se à análise de funções periódicas usando séries de Fourier. O capítulo XIII, introduz a transformada de Laplace e a sua aplicação na análise de circuitos em regime transitório.

Finalmente, no capítulo XIV, procede-se à análise de circuitos contendo dois pares de terminais, vulgarmente conhecidos por redes de dois portos ou quadripolos.

Sobre o autor

Jaime Santos, desenvolve a sua atividade pedagógica no Departamento de Engenharia Eletrotécnica e de Computadores da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, na qualidade de Professor Associado. A atividade pedagógica do docente caracteriza-se pela lecionação de disciplinas de circuitos elétricos e de disciplinas de nível avançado ligadas à investigação na área dos ultrassons, nomeadamente, ultrassons no domínio médico e controlo não destrutivo de materiais, a qual se enquadra no Centro de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra (CEMUC).

Também disponível em formato papel



ISBN E-Book

978-989-723-187-2

www.engebook.com