

ÁLGEBRA LINEAR

Resumo da matéria + Problemas resolvidos

Outras obras desta colecção



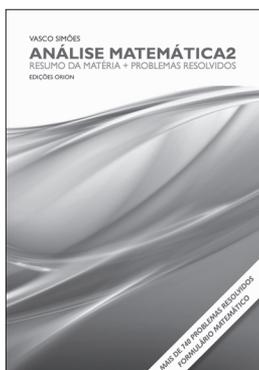
Matemática A – Resumo da Matéria + Problemas Resolvidos Pedro Reis

Análise combinatória e probabilidades / Funções reais de variável real / Limites, continuidades e assintotas / Cálculo diferencial / Trigonometria / Números complexos / Noções topológicas em \mathbb{R} / Regras de derivação / Teoremas de Weierstrass, Rolle, Lagrange e Cauchy / Funções trigonométricas inversas



Análise Matemática 1 – Resumo da Matéria + Problemas Resolvidos Vasco Simões

Pré-requisitos, trigonometria, introdução ao corpo complexo, indução / Funções reais de variável real / Primitivas e integrais indefinidos / Integração / Breve introdução ao Mathcad



Análise Matemática 2 – Resumo da Matéria + Problemas Resolvidos Vasco Simões

Séries numéricas e funcionais / Cálculo diferencial em \mathbb{R}^n / Cálculo integral em \mathbb{R}^n / Equações diferenciais ordinárias / Estudo da natureza das séries usadas para comparação / Teorema de Schwarz

Vasco Simões

ÁLGEBRA LINEAR

Resumo da matéria + Problemas resolvidos

EDIÇÕES
ORION

Título: ÁLGEBRA LINEAR – RESUMO DA MATÉRIA + PROBLEMAS RESOLVIDOS
Autor: Vasco Simões
Editor: Edições Orion
Apartado 7501
Alfragide
2721-801 Amadora
www.edorion.com

Capa: A. Faria – Edição Electrónica Lda.

Ilustrações: A. Faria – Edição Electrónica Lda.

Arranjo gráfico e Fotocomposição: A. Faria – Edição Electrónica Lda.

Impressão e Acabamentos: Cafileisa, Venda do Pinheiro

ISBN: 978-972-8620-24-0

Depósito Legal n.º 366362/13

Reservados todos os direitos. É proibida a reprodução desta obra por qualquer meio (fotocópia, fotografia, offset, etc.) sem o consentimento escrito do Editor, abrangendo esta proibição o texto, a ilustração e o arranjo gráfico. A violação destas regras será passível de procedimento judicial, de acordo com o estipulado no Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos.

1.^a Edição – Novembro de 2013

*Para a Vera e para a Inês
Um agradecimento especial para a Alfa da Águia*

Agradecimentos

Um agradecimento especial ao Professor Dr. António Monteiro pela disponibilidade que demonstrou ao contribuir com as suas críticas e sugestões que enriqueceram este livro do ponto de vista científico e pedagógico.

Agradeço também às Dr.^{as} Susana Torrado e Maria João Araújo, bem como ao Dr. Pedro Raposo, pelo seu apoio e incentivo para a conclusão desta obra.



Índice

Índice	vii
Introdução	hi
Capítulo 1	
Lógica	1
1.1	Questões de notação. Designação e designado.....2
1.2	Identidade5
1.3	Proposições5
1.4	Operações lógicas.....7
1.5	Quantificadores universal e existencial. Segundas leis de De Morgan. 19
1.6	Condição necessária e condição suficiente..... 22
1.7	Dedução lógica. Silogismo e paralogismo..... 24
1.8	Lógica e conjuntos 28

Capítulo 2	
Teoria dos conjuntos. Estruturas algébricas.	
Somas. Sistemas de equações lineares 35	
2.1	Conjuntos. Operações básicas..... 35
2.2	Grupóides, semi-grupos e grupos 44
2.3	Anéis e corpos..... 56
2.4	Somas..... 60
2.5	Sistemas de equações lineares..... 67
Capítulo 3	
Matrizes 79	
3.1	Algumas definições..... 79
3.2	Operações com matrizes..... 82
3.3	Matriz transposta, simétrica e hemi-simétrica 94
3.4	Matrizes e sistemas de equações lineares..... 100
3.5	Característica de uma matriz 145
3.6	Vectores e matrizes 146
Capítulo 4	
Espaços vectoriais 153	
4.1	Espaços vectoriais..... 153
4.2	Dependência e independência linear 157
4.3	Subespaços vectoriais 171
4.4	Geradores e bases..... 173
4.5	Sistemas de equações lineares..... 191
4.6	Mudança de bases 198
4.4	Espaço Euclideano..... 206
Capítulo 5	
Transformações lineares 213	
5.1	Transformações lineares..... 213
5.2	Característica e Nulidade de uma transformação linear..... 224
5.3	Composição de transformações lineares 234
5.4	Valores e vectores próprios 237

5.5	Teorema de Cayley-Hamilton	253
5.6	Matrizes diagonalizáveis	259
	Capítulo 6	
	Programação linear	269
6.1	Introdução	269
6.2	Programação não linear (resolução gráfica).....	271
6.3	Programação linear (resolução gráfica)	278
6.4	Programação linear – Algoritmo do Simplex.....	282
6.5	Quadros do simplex	287
6.6	Questões de notação.....	291
6.7	Outra interpretação geométrica do simplex	299
6.8	Variáveis limitadas inferiormente.....	301
6.9	Variáveis negativas não limitadas	304
6.10	Variáveis sem qualquer restrição.....	308
6.11	Condições de igualdade.....	311
6.12	Condições de desigualdade $C(x_j) \geq b_j$	316
6.13	Preços sombra.....	320
6.14	O Problema Dual	326
6.15	Condições activas e não activas. Propriedade dos desvios complementares	334
6.16	Introdução à análise de sensibilidade	340
	Capítulo 7	
	Testes de auto-avaliação	355
	Апенo 1	
	Determinante	369
	Апенo 2	
	Propriedade P5 dos determinantes	373
	Апенo 3	
	O teorema de Cayley-Hamilton	375
An1.1	Demonstração por substituição simples.....	368
An1.2	Demonstração simplificada	369
An1.3	Demonstração para A regular.....	371

Apêno 4	
Programação linear com o MS Excel	383
Apêno 5	
Soluções dos exercícios propostos	391
Apêno 6	
Resolução dos testes propostos	397

Introdução

Esta obra, tal como as outras obras desta colecção, (Resumo da Matéria + Problemas Resolvidos), é um livro de exercícios que pretende ser um auxiliar do estudante ou do leitor interessado na progressão de uma aprendizagem inicial sobre a Álgebra Linear, e foi especialmente concebido para estudantes de Ciências Exactas como as Engenharias, Física etc. ou de Economia.

Os temas expostos foram escolhidos, na medida do possível, por forma a cobrir as matérias que são usualmente estudadas nas disciplinas de matemática dos primeiros anos das licenciaturas ministradas nas Universidades e Institutos Superiores portugueses.

Apesar de o objectivo principal deste livro ser o de proporcionar ao leitor a possibilidade de resolver problemas de Álgebra Linear, de maneira que a que possa consolidar os seus conhecimentos teóricos sobre o assunto, procuramos sempre incluir uma explicação teórica adequada e o mais detalhada possível, dos conceitos envolvidos.

Relembramos que é nossa convicção profunda, que a matemática dificilmente se aprende “a ouvir” ou a “ver fazer”, mas sim a fazer de facto.

A abordagem aos tópicos parte muitas vezes da resolução de problemas simples, de forma quase intuitiva, que permite antever a teoria a eles subjacente, contrariamente à usual

apresentação teórica, prévia, que por vezes parece ininteligível e árida ao leitor que ainda não deitou mãos à obra para resolver alguns problemas. Gostamos de referir este método “às avessas” como constituindo uma aprendizagem com perspectiva histórica, uma vez que, a teorização e a axiomática aparecem historicamente apenas no final, depois de um imenso edifício de conhecimento ter sido já construído, com a finalidade de sistematizar e “arrumar a casa” se nos é permitida a liberdade de expressão.

Sem prejuízo da liberdade do leitor, parece-nos conveniente advertir que todos os exercícios, em particular os que se encontram explicados, devem de facto ser resolvidos pelo leitor, que não se deve acomodar ao comportamento passivo de ler as resoluções. A maioria dos problemas torna-se de resolução “evidente” no momento em que se lêem as primeiras palavras da explicação, e este comportamento por parte do leitor conduz muito frequentemente à falsa ideia de que domina os conceitos e as “manobras” correspondentes a certas matérias. O ideal seria que o leitor resolvesse, sempre previamente, os problemas propostos e utilizasse as resoluções apenas como um meio de confirmação. É a errar e a experimentar que se aguça o conhecimento e muitas vezes uma tentativa gorada de resolução de um problema indica claramente qual o caminho que deveria ter sido tomado desde o início, portanto experimente, tente. Todas as tentativas mal sucedidas não devem ser consideradas como tempo perdido, mas sim como mais uns passos no sentido do aperfeiçoamento.

Pelo exposto tentámos que a ordem dos exercícios apresentasse uma dificuldade crescente, quer em termos da articulação dos conceitos envolvidos, quer em termos da complexidade, quer da extensão dos cálculos.

Continuamos a referir a utilização da ferramenta informática Mathcad, que permite resolver variadíssimos problemas, advertindo uma vez mais o leitor para o facto de que nenhuma ferramenta informática é perfeita e jamais poderá substituir-se ao conhecimento e à destreza necessárias à utilização da matemática na resolução dos problemas que, desde sempre, se têm posto às ciências. Acresce que uma utilização eficaz deste software implica um conhecimento razoável do fundamento e possíveis limitações das operações solicitadas ao programa.

De forma a adequar a obra ao maior número de programas de estudo, e dado que estes são bastante diversos de licenciatura para licenciatura, fez-se uma selecção dos temas que nos pareceram mais abrangentes e coerentes, por forma a proporcionar uma formação de base adequada que permitirá, sem dificuldade, ao leitor, particularizar algum aspecto mais detalhado correspondente à licenciatura que frequenta.

Na tentativa de cobrir as matérias geralmente leccionadas no âmbito da Álgebra Linear introduzimos dois breves capítulos, um de Lógica e um de Teoria de Conjuntos dado que se trata de matérias que são fundamentais, apesar de a sua leccionação se encontrar, em

geral, dispersa e fragmentada ao longo de diversas cadeiras universitárias. Pareceu-nos assim importante condensar alguns aspectos fundamentais destes domínios por forma a evitar ao leitor quaisquer dificuldades decorrentes da dispersão acima referida.

Com o intuito de tornar a obra especialmente útil aos leitores da área de Economia e Gestão, introduziu-se um capítulo final de introdução à Programação Linear que, sendo uma aplicação dos métodos algébricos, é normalmente o ponto de partida para outros horizontes, nomeadamente para a Optimização e a Investigação Operacional.

No final compilaram-se uma série de exercícios e problemas (recolha de testes e exames de diversas instituições universitárias portuguesas) que organizámos em forma de Testes, que terão por objectivo permitir ao leitor aferir não só os seus conhecimentos teóricos mas também a sua proficiência na aplicação desses conhecimentos.

Nota: Além da notação standard deste domínio da Matemática, explicitamos no texto ou em notas de rodapé o significado de simbologia nova e utilizamos frequentemente C. Q. D. (Como Queríamos Demonstrar).

